Rappel sur les nombres complexes

1. Définition

Un nombre complexe est composé d'une partie réelle et une partie imaginaire. On peut écrire un nombre complexe **X** sous forme cartésienne:

X = a + jb

où a est la partie réelle et b est la partie imaginaire.

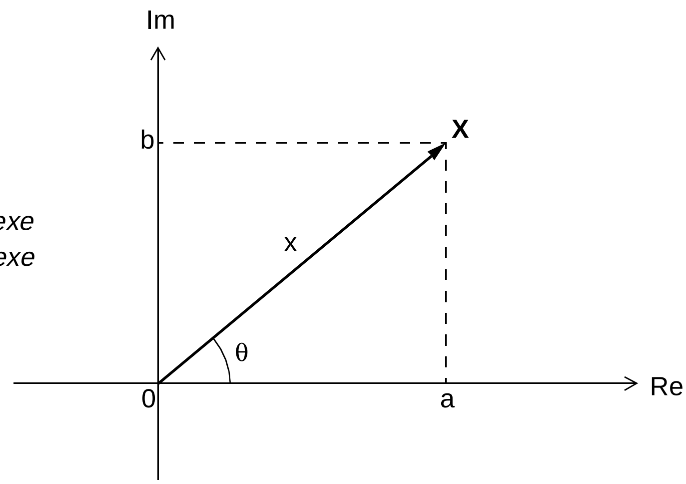
On peut aussi exprimer le nombre complexe x sous forme polaire:

X = $xe^{j\theta}$

où x est le module de **X** (on écrit aussi **|X|**) et θ est l'argument de **X** (ou l'angle de **X**).

On peut représenter le nombre complexe X par un vecteur dans le plan complexe.

Représentation graphique d'un nombre complexe dans le plan complexe



À partir de cette figure, on déduit les relations suivante:

$$a = x\cos\theta \qquad b = x\sin\theta$$

$$x = \sqrt{a^2 + b^2} \qquad \theta = \mathrm{arctg}\left(\frac{b}{a}\right)$$

$$X = xe^{j\theta} = x\{\cos\theta + j\sin\theta\}$$

2. Les opérations sur les nombres complexes

Les opérations sur les nombres complexes sont des opérations vectorielles.

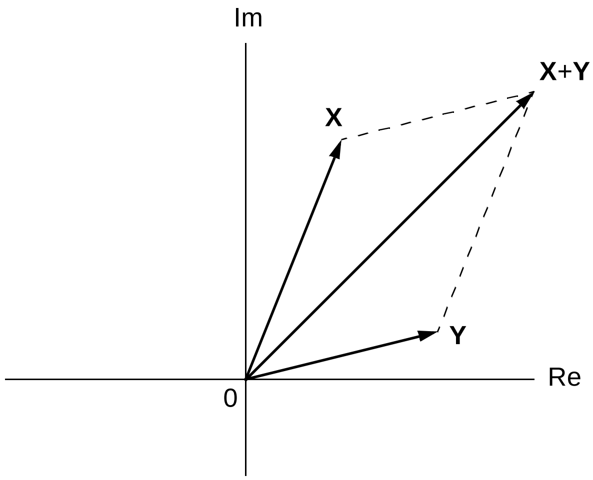
<u>Addition et soustraction</u>

On addtionne (ou soustrait) deux nombres complexes en additionnant (ou en soustrayant) les parties réelles et les parties imaginaires respectives.

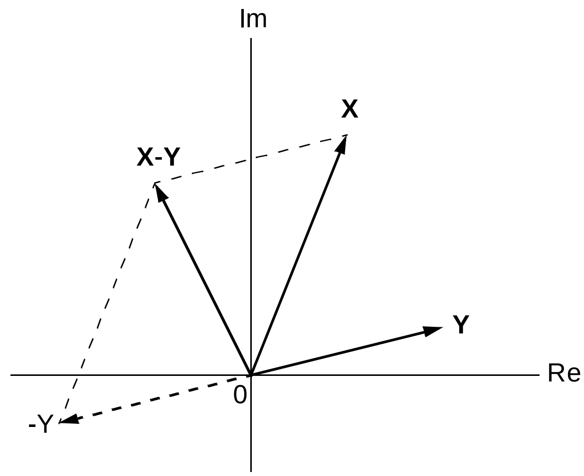
Considérons deux nombres complexes **X** = a + jb et **Y** = c + jd. La somme et la différence de **X** et **Y** sont données par les relations suivantes:

X + **Y** = (a + c) + j(b + d)

X - **Y** = (a - c) + j(b - d)



Addition de deux nombres complexes



Soustraction de deux nombres complexes

Multiplication et division

La multiplication et la division des nombres complexes s’effectuent sous forme polaire.

- On multiplie deux nombres complexes en multipliant les modules et en additionnant les arguments.
- On divise deux nombres complexes en divisant les modules et en soustrayant les arguments.

Considérons deux nombres complexes $\mathbf{A} = ae^{j\alpha}$ et $\mathbf{B} = be^{j\beta}$.

Le produit de **A** et **B** est: $\mathbf{AB} = abe^{j(\alpha+\beta)}$

Le rapport de **A** et **B** est: $\frac{\mathbf{A}}{\mathbf{B}} = \frac{a}{b}e^{j(\alpha-\beta)}$

3. Exemples

Soient deux nombres complexes: $\mathbf{X} = -0.5 + j3 = 3.041e^{j1.736}$

$\mathbf{Y} = 1.25 - j2 = 2.358e^{-j1.012}$

La somme: $\mathbf{X} + \mathbf{Y} = (-0.5 + 1.25) + j(3 - 2) = 0.75 + j = 1.25e^{j0.927}$

La différence: $\mathbf{X} - \mathbf{Y} = (-0.5 - 1.25) + j(3 + 2) = -2 + j5 = 5.385e^{j1.951}$

Le produit: $\mathbf{XY} = (3.041 \times 2.358)e^{j(1.736 - 1.012)} = 7.171e^{j0.724}$

Le rapport: $\frac{\mathbf{X}}{\mathbf{Y}} = \frac{3.041}{2.358}e^{j(1.736+1.012)} = 1.29e^{j2.748}$