Institut Hygiène et Sécurité Batna 02 — Année Universitaire 2021/2022

Département des Conditions de travail — Module: MQHI UM11

Partie I: La Sureté de fonctionnement (SdF)

Ounissi - A

I.1 Introduction

- La sureté de fonctionnement (SdF) se traduit la confiance qu'on peut accorder à un système,
- SdF est la propriété qui permet aux utilisateurs du système de placer une confiance justifiée dans le service qu'il leur délivre.
- SdF est considérée comme la science des défaillances et des pannes
- SdF évaluée par ses composants FMDS (Fiabilité, Maintenabilité, Disponibilité, Sécurité),
- SdF approche Probabiliste

I.2 Les Composants de SdF

I.2.1 Fiabilité

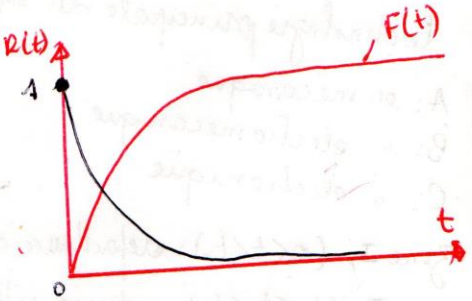
La fiabilité est l'aptitude d'un élément à accomplir une fonction requise dans des conditions d'utilisation spécifiées pendant une période de temps donnée.

Mathématiquement, elle définie par:

$$R(t): \mathbb{R}^+ \longrightarrow [0,1]$$

$R(t)$ pour fiabilité

$R(t) = Prob[\text{E ne défaillant sur } [0,t]]$



T représente la variable aléatoire qui exprime la durée de vie d'un élément E, alors: $R(t) = P[T > t]$

Le nombre $R(t)$ représente la probabilité que l'élément E n'ait pas de défaillance avant l'instant t.

I.2.2 Fonction de défaillance

La fonction de défaillance ou fonction de répartition F est définie par:

$$F(t) = P[T \leq t] = \int_0^t f(t)\,dt$$

$f(t)$: densité de défaillance (ou de probabilité)

Aussi: $F(t) = 1 - R(t) = 1 - P[T > t]$

N.B: $R(t)$ et $F(t)$ sont deux fonctions complémentaires

$f(t) = F'(t)$

$$f(t) = F'(t) = \frac{dF(t)}{dt} = \frac{d(1-R(t))}{dt} = -\frac{dR(t)}{dt}$$

I.2.3 Taux de défaillance

Il représente le taux de défaillance ou d'avarie. Il caractérise la vitesse de la variation de la fiabilité au cours du temps. la durée de bon fonctionnement est égale à la durée totale en service moins la durée des défaillances

$$\lambda = \frac{\text{nombre totale de défaillance pendant le service}}{\text{durée totale de bon fonctionnement.}}$$

si $\lambda(t) = \lambda$ = constante;

l'expression de la fonction fiabilité $R(t)$ suit une loi exponentielle $R(t) = e^{-\lambda t}$

la fonction de défaillance $F(t)$ s'écrit: $F(t) = 1 - e^{-\lambda t}$, et la densité de défaillance $f(t) = \lambda(t) \cdot f(t)$

I.2.3 Modèle d'évolution du taux de défaillance d'un élément

$= \lambda e^{-\lambda t}$

les modèles d'évolution du taux de défaillance ont une même forme générale dite en baignoire, mais présentent néanmoins des différences suivant la technologie principale du système

A: en mécanique
B: " électromécanique
C: " électronique

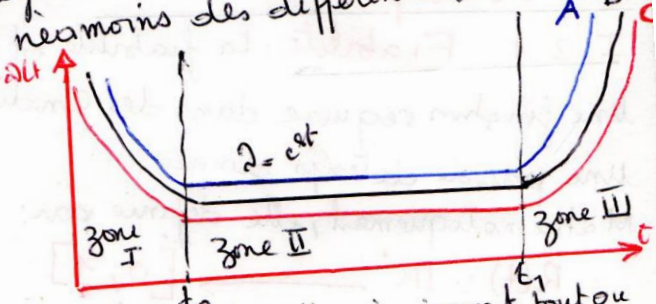


Fig: Evolution d'un équipement tout ou long de son cycle de vie

Zone I; $(0 < t < t_0)$: défaillance de jeunesse
Zone II: $(t_0 < t < t_1)$: de vie utile
Zone III: $(t > t_1)$: défaillance de vieillissement (usure)

I.2.4. Temps moyen de fonctionnement jusqu'à la première défaillance (MTTF)

le temps moyen de fonctionnement jusqu'à la 1ère défaillance MTTF (Mean Time To Faillure) n'est autre que la valeur moyenne de la variable aléatoire T (Espérance mathématique)

$$MTTF = E(T) = \int_0^\infty t\, f(t)\, dt = \int_0^\infty t \left[-\frac{dR(t)}{dt}\right] dt = -\int_0^\infty t \frac{dR(t)}{dt} \cdot dt$$

$$= \int_0^\infty R(t)\, dt$$

lorsque $\lambda(t) = \lambda = c^{te}$ on a $R(t) = e^{-\lambda t} \Rightarrow MTTF = \int_0^\infty R(t)dt = \int_0^\infty e^{-\lambda t} dt = 1/\lambda$

Maintenabilité

Maintenabilité $M(t)$ = probabilité qu'un système en panne soit réparé

$\mathbb{R}^+ \longrightarrow [0,1]$

$M(t) = P[T' < t]$, T' : variable aléatoire qui exprime la durée de réparation

soient μ = taux de réparation et MTTR (Mean Time to Repair)

le temps moyen de réparation $\mu = \frac{1}{MTTR}$

$$M(t) = 1 - e^{-\mu t} = 1 - e^{-t/MTTR}$$

le temps de reparation est composé de:

- Signalisation de la panne à l'administrateur
- Détection du composant defecteux et son isolation
- Remplacement du composant défecteux
- Verification que la panne a été réparée et que le système est opérationnel

I.4 Disponibilité

Disponibilité = Probabilité qu'un système fonctionne selon des prévisions à tout moment de la période de fonctionnement

Disponibilité = $t_F / (t_F + t_p)$

t_F : temps de fonctionnement du système

t_p : " de la panne du système

t_p = nombre d'echecs × MTTR = $t_F * \lambda \cdot MTTR$

donc la disponibilité = $\frac{1}{1 + \lambda MTTR}\left(1 - e^{-(\mu+\lambda)t}\right)$

or $\lambda = \frac{1}{MTBF}$, par conséquent $D = \frac{MTBF}{MTBF + MTTR}\left(1 - e^{-(\mu+\lambda)t}\right)$

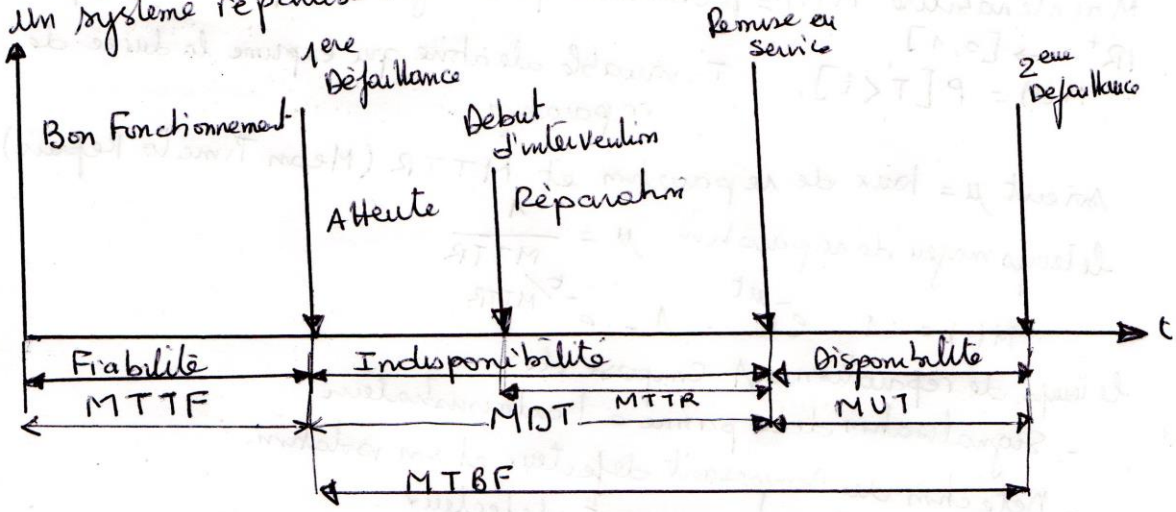
$$D = \frac{\mu}{\mu + \lambda}\left[1 - e^{-(\lambda+\mu)t}\right]$$

si t tend vers ∞ $\lim_{t\to\infty} D(t) = D(\infty) = \frac{\mu}{\mu + \lambda}$

Remarque: Si MTTR est réduit alors la disponibilité augmente

.a figure ci - dessous ...

La figure ci - dessous schématise les états successifs que peut prendre un système réparable :



MTTF: (Mean Time to Faillure) le temps moyen de fonctionnement avant la première panne.

MDT: (Mean Down Time): durée moyenne de non fonctionnement du système

MUT: (Mean Up Time): durée moyenne de fonctionnement du système après Réparation

MTBF: (Mean Time Between Faillure): durée moyenne entre deux pannes

on a: MTBF = MDT + MUT

MTTR: (Mean Time to Restoration): durée moyenne avant remise en service

I.5 Sécurité

C'est l'aptitude d'un système ne pas connaître de pannes considérées comme catastrophique pendant une durée donnée

Exemple: La machine ne doit pas agresser le personnel ou les visiteurs

I.6. Fiabilité des systèmes

a- Configuration Série : le système fonctionne si tous les n composants fonctionnent

$C_1, C_2, \ldots, C_n$: les composants qui constitue le système en Configuration Série

La Fiabilité $R_s(t)$ du système: $R_s(t) = Prob[E_1 \cap E_2 \cap \ldots E_n]$

E_i : l'evenement (le composant i fonctionne à l'instant t)

lorsque les evenements E_i sont indépendants,

$$R_s(t) = P(E_1) \cdot P(E_2) \dots P(E_n)$$

$$= \prod_{i=1}^{n} P(E_i)$$

Posons : $r_i(t) = P(E_i)$: fiabilité du composant i

$$R_s(t) = \prod_{i=1}^{n} r_i(t)$$

si les n composants sont identiques avec la même fiabilité $r(t)$:

$$R_s(t) = [r(t)]^n$$

avec λ_i = cte, les fiabilités des n composants suivent la loi exponentielle,

$$r_i(t) = e^{-\lambda_i t} \Leftrightarrow R_s(t) = \prod_{i=1}^{n} r_i(t) = \prod_{i=1}^{n} e^{-\lambda_i t}$$

$$= e^{-\lambda_1 t} \cdot e^{-\lambda_2 t} \dots e^{-\lambda_n t} = e^{-(\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_n)t}$$

$$= e^{-\left(\sum_{i=1}^{n} \lambda_i\right) t}$$

$R_s(t)$

le taux de défaillance λ_s du système : $\lambda_s = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i \Leftrightarrow R_s(t) = e^{-\lambda_s t}$

le MTTF du système $MTTF_s = \frac{1}{\lambda_s} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n} \lambda_i}$

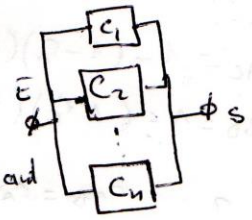
si tous les composants ont le même taux de défaillance λ, le $MTTF_s$:

$$MTTF_s = \frac{1}{\lambda_s} = \frac{1}{\underbrace{\lambda + \lambda + \dots + \lambda}_{n \text{ fois}}} = \frac{1}{n\lambda} \Leftrightarrow \boxed{MTTF_s = \frac{1}{n\lambda}}$$

de même $\lambda_s = n \cdot \lambda$ et $\boxed{R_s(t) = e^{-n\lambda t}}$

b- Configuration parallèle

le système fonctionne si un seul composant fonctionne



La fiabilité $R_s(t) = Prob[E_1 \cup E_2 \cup \dots E_n]$

sont $\bar{E}_i$ evenements contraires (le composant i est defaillant à l'instant t)

$$P(E_i) = 1 - P(\bar{E}_i)$$

$$= 1 - P(\overline{E_1 \cup E_2 \cup \dots E_n})$$

$$= 1 - P(\bar{E}_1 \cap \bar{E}_2 \cap \dots \bar{E}_n)$$

lorsque les evenements $\bar{E}_i$ sont indépendants

$$R_s(t) = 1 - [P(\bar{E}_1) \cdot P(\bar{E}_2) \cdots P(\bar{E}_n)]$$

$$= 1 - \prod_{i=1}^{n} P(\bar{E}_i)$$

Posons $r_i(t) = P(\bar{E}_i)$: probabilité que le composant i fonctionne

$$R_s(t) = 1 - \prod_{i=1}^{n} [1 - r_i(t)]$$

si $\lambda_i(t) = \lambda = cst$

$r_i(t) = e^{-\lambda_i t}$ $\qquad R_s(t) = 1 - \prod_{i=1}^{n} (1 - e^{-\lambda_i t})$

si tous les composants ont le même taux de défaillance λ :

$$R_s(t) = 1 - \prod_{i=1}^{n} (1 - e^{-\lambda t})$$

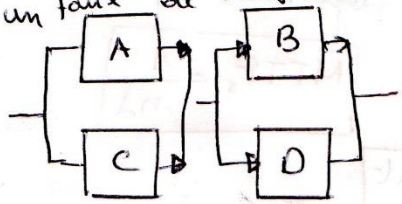
$$= 1 - (1 - e^{-\lambda t})^n$$

Exercice d'application

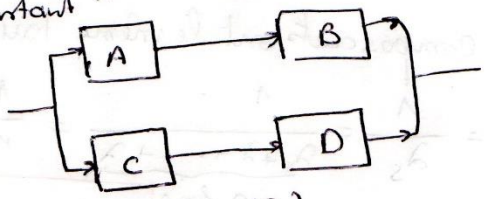
Considerons le système (1) et (2) composé des processeurs A et C et des mémoires B et D ayant les fiabilités r_A, r_B, r_C et r_D

1. Ecrire l'expression de la fiabilité R_1 et R_2 des systèmes (1) et (2)

2. calculer les fiabilités r_1 et r_2 en supposant que $r_A = r_B = r_C = r_D = r = e^{-\lambda t}$ qui ont un taux de défaillance λ constant



(1)



(2)

$r_1 = ?$

$r_{AC} = 1 - (1 - r_A)(1 - r_C)$

$r_{BD} = 1 - (1 - r_B)(1 - r_D)$

$\Rightarrow R_1 = R_{AC} \cdot r_{BD}$

$= [1 - (1 - r_A)(1 - r_C)][1 - (1 - r_B)(1 - r_D)]$

$r_2 = ?$

$r_{AB} = r_A \cdot r_B$

$r_{CD} = r_C \cdot r_D$

$\Rightarrow r_2 = 1 - (1 - r_{AB})(1 - r_{CD})$

$= 1 - (1 - r_A \cdot r_B)(1 - r_C \cdot r_D)$

- $r_A = r_B = r_C = r_D = r$

$r_1 = [1 - (1 - r)(1 - r)][1 - (1 - r)(1 - r)] = [1 - (1 - r)^2][1 - (1 - r)^2]$

$= [1 - (1 - r)^2]^2$

$$r_1 = \left[1-(1-e^{-\lambda t})^2\right]^2 = \left[1-(1-2e^{-\lambda t}+e^{-2\lambda t})\right]^2$$

$$r_1 = \left[e^{-2\lambda t}-2e^{-\lambda t}\right]^2 = e^{-4\lambda t} - 4e^{-2\lambda t}\cdot e^{-\lambda t} + 4e^{-2\lambda t}$$

$$r_2 = 1-(1-r.r)(1-r.r) = 1-(1-r^2)(1-r^2)$$

$$= 1-(1-r^2)^2$$

$$r = e^{-\lambda t}$$

$$= 1-\left(1-(e^{-\lambda t})^2\right)^2 = 1-(1-e^{-2\lambda t})^2$$

$$= 1-(1-2e^{-2\lambda t}+e^{-4\lambda t}) = e^{-4\lambda t} - 2e^{-2\lambda t}$$

on donne à du composant égale à $3\times10^{-3}/h$ / on prend $t = 1000\ h$ calculer r_1 et r_2

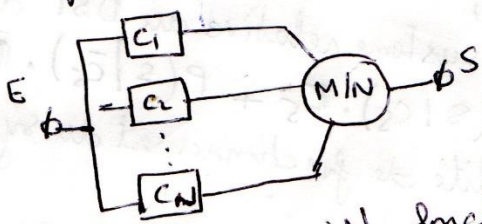
$$r_1 = \left[e^{-2\times3\times10^{-3}t} - 2e^{-3\times10^{-3}t}\right]^2 = \left[e^{-6} - 2e^{-3}\right] =$$

$$r_2 = e^{-4\times3\times10^{-3}t} - 2e^{-2\times3\times10^{-3}t} = \left[e^{-12} - 2e^{-6}\right] =$$

1.6 Configuration MOON

MOON: M composants parmi N (M out-of N)

Dans cette configuration, le système fonctionne si au moins M composants parmi les N fonctionnent



$R_S(t)$ = Prob [au moins M composant parmi N fonctionnent]

Considérons que les N composants sont identiques. La fiabilité d'un tel système suit la loi binomiale de paramètre [N et r(t)]

N: le nombre de composants que constituent le système S

M: " " en fonctionnement

r(t): fiabilité d'un composant

$$R_S(t) = \sum_{R=M}^{N} C_N^K \left[r(t)\right]^K \left[1-r(t)\right]^{N-K}, \quad C_N^K = \frac{N!}{K!(N-K)!}$$

1.7 Configuration Complexe (Pont)

Considerons le système dont la configuration est donnée par le DBF (Diagramme Bloc de Fiabilité) suivant:

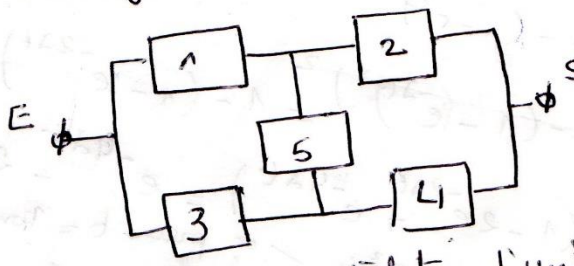
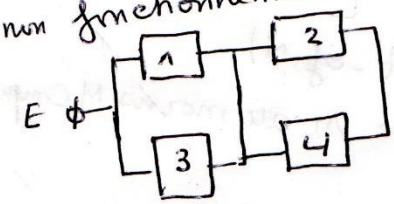


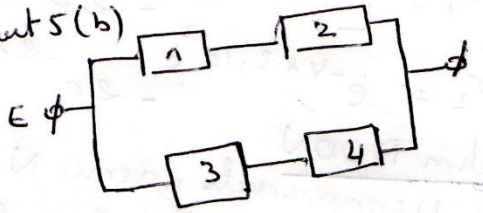
figure-1-

Pour déterminer la fiabilité d'un tel système, on procède de la manière suivante:

1- On considère que le composant C_5 fonctionne (a) puis on considère au non fonctionnement du composant 5 (b)



(a)



la fiabilité R_S du système relative au DBF de la figure-1- est:

$$R_S = P(S/C_5)\cdot R_5 + P(S/\bar{C_5})\cdot \bar{R_5} \quad / \bar{R_5} = 1 - R_5$$

$P(S/C_5)$: Probabilité de fonctionnement du système S sachant que le composant 5 fonctionne

$P(S/\bar{C_5})$: Probabilité de fonctionnement du système S sachant que le composant 5 est défaillant

$$P(S/C_5) = \left[1-(1-r_1)(1-r_3)\right]\left[1-(1-r_2)(1-r_4)\right]$$

$$P(S/\bar{C_5}) = \left[1-(1-r_1\cdot r_2)(1-r_3 r_4)\right]$$

$$R_S = \left[1-(1-r_1)(1-r_3)\right]\left[1-(1-r_2)(1-r_4)\right]\cdot R_5 + \left[1-(1-r_1 r_2)(1-r_3\cdot r_4)\right]\times \bar{R_5}$$