

TD N° 2

F. Rahal

EXERCICE N°1

$\frac{1}{8,32}$  mole d'un gaz parfait diatomique ( $C_v = \frac{5R}{2}$ ), initialement à température  $T_A = 200K$ , décrit le

cycle de transformations suivant :

A---B : chauffage isochore de  $T_A$  à  $T_B = 2T_A$ .

B---C : détente isotherme où le gaz reçoit une quantité de chaleur  $Q_{BC} = +277,26$  Joules.

C---A : refroidissement isobare.

Le travail total du cycle est :  $W_T = -77,26$  Joules.

1- Calculer pour chaque transformation et pour le cycle:  $Q$  ;  $W$  ;  $\Delta U$  ;  $\Delta H$ .

2- Mettre les résultats obtenus dans un tableau :

	Q	W	$\Delta U$	$\Delta H$
A---B				
B---C				
C---A				
Cycle ABCA				

3- La transformation BC (isotherme) est-elle réversible ou irréversible ? Justifier votre réponse.

On donne :  $R = 8,32 \text{ joul.mol}^{-1} \cdot K^{-1}$

EXERCICE N° 2

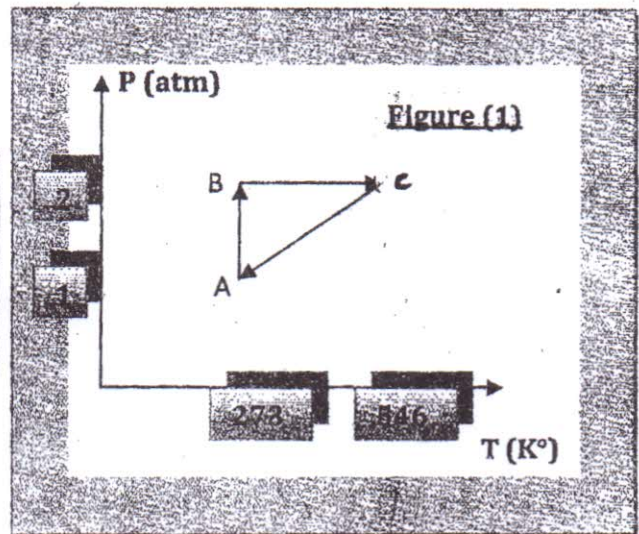
On fait subir à une mole de gaz parfait trois transformations réversibles (voire la figure 1)

1- Représenter ces transformations sur le diagramme

$P = f(V)$  (le diagramme de Clapeyron)

2- Compléter le tableau suivant :

Transformation	(1)	(2)	(3)	cycle
Energie (cal)				
W				
Q		1352.75		
$\Delta U$	0		-810	
$\Delta H$	0			



EXERCICE N° 3

On considère un gaz d'hydrogène à l'état (I) défini par :  $T_1 = 25^\circ C$ ,  $P_1 = 1 \text{ atm}$ ,  $V_1 = 50 \text{ l}$ .

Partant de cet état, on effectue une succession de transformations réversibles :

1)- transformation adiabatique jusqu'à  $T_2 = 125^\circ C$ .

2)- transformation isobare jusqu'à  $T_3 = 75^\circ C$ .

3)- transformation isochore jusqu'à  $T_4 = T_1$ .

4)- transformation isotherme jusqu'à l'état initiale (I).

1-calculer en mole la quantité de gaz.

2-Représenter, en coordonnées de clapeyron (P,V) la succession des quatre transformations (on donne  $\gamma = 1.4$ ).

3-calculer pour chaque transformation le travail W, la quantité de chaleur Q, l'énergie interne  $\Delta U$  et l'enthalpie  $\Delta H$ .

$\Delta H$ .

EXERCICE N°4

On considère 34 moles d'air (gaz parfait), subissant un cycle de Carnot ABCD, AB et CD représentent des transformations isothermes, BC et DA des transformations adiabatiques réversibles.  $\gamma = 1.4$

La température au point A ;  $T = 300^\circ K$ . Les pressions aux points A, B et C sont respectivement  $P_1 = 1 \text{ atm}$ ,  $P_2 = 3 \text{ atm}$ ,  $P_3 = 9 \text{ atm}$ .

1)- Représenter le cycle des transformations sur un diagramme (P,V).

2)- Calculer le rendement thermodynamique  $\eta$  du cycle de deux manières:

a)- En faisant le bilan thermique du cycle.

b)- A partir des températures extrêmes du cycle.

# Le composé Type TD N° 2

Exercice n° 1

A → B chauffage isochore (V=cte)

$$T_B = 2T_A$$

B → C Détente isotherme  $P_{BC} = \frac{1}{2} P_{AB} = \frac{1}{2} \cdot 277,26 \text{ J}$

C → A Refroidissement isobare (P=cte)

$$W_T = (W_{\text{cycle}}) = -77,26 \text{ J}$$

1) - P, n, ΔH, ΔH pour chaque transf

2) la transf. isochore (V=cte)

$$W_{AB} = 0 \quad (Q_{in} = 0, V=cte, dV=0)$$

$$dU = 0 \cdot nR + 0 \cdot P \Rightarrow dU = 0 \cdot P$$

$$\Delta U = P_{AB} = n C_V (T_B - T_A)$$

$$\Delta U = n C_V (2T_A - T_A) = n C_V T_A$$

$$C_V = \frac{5R}{2} \Rightarrow \Delta U = n \cdot \frac{5R}{2} \cdot T_A$$

$$\Delta U = \frac{1}{0,32} \cdot \frac{5 \cdot 8,32}{2} \cdot 200 = 500 \text{ J} = P_{AB}$$

$$\Delta H = n C_P (T_B - T_A) = n C_P T_A$$

$$C_P - C_V = R \Rightarrow C_P = R + \frac{5R}{2} = \frac{7R}{2}$$

$$\Delta H = n \cdot \frac{7R}{2} \cdot T_A = \frac{1}{0,32} \cdot \frac{7}{2} \cdot 8,32 \cdot 200$$

$$\Delta H = 700 \text{ J}$$

pour la transf AB.

$$W_{AB} = 0, \quad \Delta U = P_{AB} = 500 \text{ J}, \quad \Delta H = 700 \text{ J}$$

3) la transf. isotherme (T=cte),  $P_{BC} = \frac{1}{2} P_{AB} = 277,26 \text{ J}$   
 $\Delta U = \Delta H = 0$ .

$$-W_{BC} = P_{BC} \Rightarrow n W_{BC} = -277,26 \text{ J}$$

Alors:

pour la transf BC:

$$W_{BC} = -277,26 \text{ J}, \quad P_{BC} = \frac{1}{2} P_{AB} = 277,26 \text{ J}, \quad \Delta U = \Delta H = 0$$

4) la transf. isobare (P=cte) ? ? ?

$$Q_{in} = -P_{ext} dV \Rightarrow n W_{CA} = -P_C (V_A - V_C)$$

calcul  $n C_A$

$$W_{\text{cycle}} = W_{AB} + W_{BC} + W_{CA}$$

$$W_{\text{cycle}} - W_{BC} = W_{CA} / W_{AB} = 0$$

$$\ominus 77,26 \text{ J} + 277,26 \text{ J} = 200 \text{ J}$$

$$W_{CA} = 200 \text{ J}$$

$$\Delta H = P=cte \quad \Delta H = P_{CA} = P_B = n C_P (T_A - T_C)$$

$$\Delta H_{\text{cycle}} = 0 \Rightarrow \Delta H_{AB} + \Delta H_{BC} + \Delta H_{CA} = 0$$

$$\Delta H_{CA} = -(\Delta H_{AB} + \Delta H_{BC}) = -700 \text{ J} = P_{CA}$$

$$\Delta U = n C_V (T_A - T_C)$$

$$\Delta U_{\text{cycle}} = \Delta U_{AB} + \Delta U_{BC} + \Delta U_{CA} = 0 \Rightarrow \Delta U_{CA} = -\Delta U_{AB}$$

dmc:

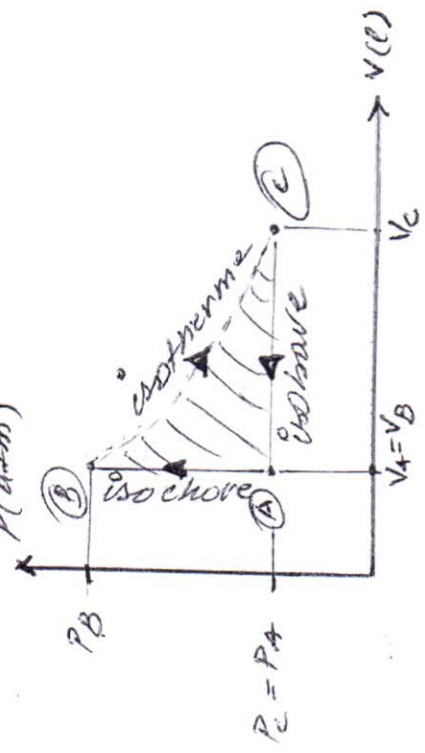
pour la transformation isobare.

$$W_{CA} = 200 \text{ J}, \Delta H = Q_{CA} = 700 \text{ J}, \Delta U = -500 \text{ J}$$

2) Les résultats

	W	Q	$\Delta U$	$\Delta H$
T. isochore	0	500	500	700
T. isotherme	277,26	277,26	0	0
T. isobare	200	700	500	700
de cycle	77,26	77,26	0	0

Le Diagramme de Clapeyron (P.V.).



3) on suppose que la transformation isochore

$$W_{BC} = -uRT_B \ln V_C/V_B \quad / \quad V_C = uRT_C/P_C \quad \text{et} \quad V_D = V_A$$

$$W_{BC} = -uRT_B \ln \frac{uRT_C}{P_C V_A} \quad \text{et} \quad P_C = P_A$$

$$W_{BC} = -uRT_B \ln \frac{uRT_C}{uRT_A} \quad / \quad P_A V_A = uRT_A$$

$$W_{BC} = -uRT_B \ln \frac{uRT_C}{uRT_A} \quad ; \quad T_C = T_B = 2T_A$$

$$W_{BC} = -uRT_B \ln \frac{2T_A}{T_A} = -uRT_B \ln 2$$

$$W_{BC} = -2uRT_A \ln 2$$

$$u = 1/8,32, R = 8,32, T_A = 200 \text{ K}$$

$$W_{BC} = -277,26 \text{ J} \quad \checkmark$$

la transformation est donc réversible.

D'autre méthode: on suppose que BC irréversible

$$W = -P_C (V_C - V_B) \quad / \quad P_C = P_A, V_B = V_A$$

$$W = -P_A (uRT_C/P_C - uRT_B/P_B) \quad / \quad uRT_B/P_B = uRT_A/P_A, T_B = 2T_A, T_C = T_B$$

$$W = -P_A (uRT_B/P_A - uRT_A/P_A) = -uRT_A = -200 \text{ J}$$

$\Delta U = 2,046 \text{ mol} \cdot 20,8 \text{ J/mol} \cdot K \cdot (398 - 298) = 208,1 \text{ J}$

$\Delta U = 4,25568 \text{ kJ} = n \Delta T$

$\Delta H = n C_p \Delta T = 11 C_p (T_B - T_A)$

$= 2,046 \text{ mol} \cdot 29,12 \text{ J/mol} \cdot K \cdot (398 - 298)$

$\Delta H = 5,95795 \text{ kJ}$

b) la transformation isobare:

$\Delta H = \Delta Q_{BC} = \Delta W_{BC} = n C_p \Delta T$

$\Delta H = 2,046 \text{ mol} \cdot 29,12 \text{ J/mol} \cdot K \cdot (348 - 298)$

$\Delta H = \Delta Q_{BC} = -2,978976 \text{ kJ}$

$\Delta U = n C_v \Delta T = n C_v (T_C - T_B)$

$\Delta U = 2,046 \text{ mol} \cdot 20,8 \text{ J/mol} \cdot K \cdot (348 - 298)$

$\Delta U = -2,12784 \text{ kJ}$

$W = \Delta U - \Delta Q_{BC} = 9,851136 \text{ kJ}$

$W_{BC} = 0, \Delta S_{BC} = 9,851136 \text{ kJ}$

c) la transformation isochore

Transf isochore ( $V = \text{cte}$ ;  $\Delta V = 0$ )

done  $W_{CD} = 0$

$\Delta U = \Delta Q_{CD} = \Delta W_{CD} = n C_v \Delta T$

$\Delta U = n C_v (T_D - T_C)$

$= 2,046 \text{ mol} \cdot 20,8 \text{ J/mol} \cdot K \cdot (298 - 348)$

$V_D = V_0 = 21,23 \text{ L}$ ,  $T_D = T_A = 298 \text{ K}$

$P_D = n R T_D / V_D = 2,35 \text{ atm}$

(D)  $(2,046 \text{ mol}, 2,35 \text{ atm}, 21,23 \text{ L}, 298 \text{ K})$

4ème transformation:

- transformation isotherme ( $T = \text{cte}$ )

le retour au point (A) l'état initiale

(A)  $(2,046, 1 \text{ atm}, 50 \text{ L}, 298 \text{ K})$

le diagramme de clapeyron

$P = f(V)$

isochore  $P = \text{cte}$

isochore  $V = \text{cte}$

isochore  $V = \text{cte}$

isotherme  $T = \text{cte}$

a) Transformation adiabatique

done  $\Delta U = W_{AB} = n C_v \Delta T$

$C_p / C_v = 1,4$

$C_p - C_v = R = 8,31 \text{ J/mol} \cdot K$

transformation:

transformation isobare ( $P = \text{cte}$ )

$T_C = 348 \text{ K}$ ,  $P_C = P_B = 2,75 \text{ atm}$

$V_C = n R T_C / P_C = 21,23 \text{ L}$

(2,046 mol, 2,75 atm, 21,23 L, 348 K)

la donnée:  $T_A = 298 \text{ K}$ ,  $P_A = 1 \text{ atm}$ ,  $V_A = 50 \text{ L}$ ,  $n = ?$

état initiale (A):  $n = P_A V_A / R T_A$

$= 1 \text{ atm} \cdot 50 \text{ L} / (0,082 \text{ atm} \cdot \text{mol} \cdot \text{K} \cdot 298 \text{ K}) = 2,046 \text{ mol}$

$n = 2,046 \text{ mol}$

(2,046 mol, 1 atm, 50 L, 298 K)

1ère transformation:

transf. adiabatique:  $T_B = 398 \text{ K}$

avons:  $P_A V_A^\gamma = P_B V_B^\gamma$

$T_A V_A^{\gamma-1} = T_B V_B^{\gamma-1}$

$V_B / V_A = (T_A / T_B)^{1/(\gamma-1)}$

$\gamma = C_p / C_v = 1,4$  (gaz diatomique)

$\gamma = 24,15 \text{ J/mol} \cdot K$ ;  $P_B = n R T_B / V_B = 2,75 \text{ atm}$

(2,046 mol, 2,75 atm, 24,25 L, 398 K)

transformation isobare ( $P = \text{cte}$ )

$T_C = 348 \text{ K}$ ,  $P_C = P_B = 2,75 \text{ atm}$

$V_C = n R T_C / P_C = 21,23 \text{ L}$

(2,046 mol, 2,75 atm, 21,23 L, 348 K)

transformation:

transformation isobare ( $P = \text{cte}$ )

$T_D = 298 \text{ K}$ ,  $P_D = P_C = 2,35 \text{ atm}$

$V_D = n R T_D / P_D = 21,23 \text{ L}$

(2,046 mol, 2,35 atm, 21,23 L, 298 K)

4ème transformation:

transformation isotherme ( $T = \text{cte}$ )

le retour au point (A) l'état initiale

(A)  $(2,046, 1 \text{ atm}, 50 \text{ L}, 298 \text{ K})$

$$\Delta H = 2,046 \text{ mol} \cdot 29,12 \text{ J/mol} \cdot K (298 - 348) \text{ K}$$

$$\Delta H = -2,978976 \text{ kJ}$$

transformation isotherme

Transformation isotherme (T=cte, ΔT=0)

$$\Delta U = \Delta H = 0$$

$$W = \int P_{DA} \cdot nRT \ln \frac{V_A}{V_D} = nRT \ln \frac{V_D}{V_A}$$

$$W_{DA} = 2,046 \text{ mol} \cdot 8,32 \text{ J/mol} \cdot K \cdot 298 \text{ K} \ln \frac{50}{21,23}$$

$$W_{DA} = -4,34537 \text{ kJ}; \quad P = 4,34537 \text{ kJ}$$

esumé.

(kJ)

W	W	Q	ΔU	ΔH	Variable P, V, T
2	4,25568	0	4,25568	5,95795	P, T, V
3	0,85136	-2,97897	-2,12784	-2,97899	V, T
4	0	-2,12784	-2,12784	-2,97899	P, T
5	-4,34137	4,34137	0	0	P, V
6	0,76144	-0,76144	0	0	

Exercice 12

des données

$$n = 1 \text{ mole}$$

$$P_2 = 1352,75$$

$$\Delta U = -810$$

1/ la transformation isotherme (T=cte)

$$\Delta U = \Delta H = 0 \quad (T = \text{cte}; \Delta T = 0)$$

$$P_{AB} = -W_{AB} / W_{AB} = -nRT \ln \frac{V_B}{V_A}$$

$$W_{AB} = -1 \text{ mol} \cdot 8,32 \text{ J/mol} \cdot K \cdot \ln \frac{298 \text{ K} \cdot 11,2 \text{ L}}{21,4 \text{ L}}$$

$$W_{AB} = +15,516 \text{ kJ} = +378,458 \text{ cal}$$

$$W_{AB} = +15,516 \text{ kJ} = +378,458 \text{ cal}$$

donec:  $\Delta U = \Delta H = 0$ ;  $P_{AB} = -378,458 \text{ cal}$

$$W_{AB} = +378,458 \text{ cal}$$

2/ la transformation isobare (P=cte)

$$W_{BC} = - \int_{V_B}^{V_C} P_{\text{ext}} dV / P_{\text{ext}} = \text{cte} = 2 \text{ atm}$$

$$W_{BC} = -P_B (V_C - V_B) = -2 \text{ atm} (22,4 - 11,2) \text{ L}$$

$$= -22,4 \text{ L} \cdot \text{atm} = -542,75 \text{ cal}$$

Remarque: 1 L.atm  $\rightarrow$  24,24 cal  
22,4 L.atm  $\rightarrow$  542,75 cal

$$W_{BC} = -22,4 \text{ L} \cdot \text{atm} = -542,75 \text{ cal}$$

$$P_{BC} = 1352,75 \text{ cal}$$

$$\Delta U = W_{BC} + P_{BC} = -542,75 + 1352,75$$

$$\Delta U = +810 \text{ cal}$$

$$\Delta H = Q_{BC} = P_{BC} = n p \Delta T = 1352,75 \text{ cal}$$

donec:  $W_{BC} = -542,75 \text{ cal}$ ,  $\Delta U = +810 \text{ cal}$

$$Q_{BC} = 1352,75 \text{ cal}; \quad \Delta H = 1352,75 \text{ cal}$$

3/ la transformation isochore (V=cte)

$$W_{CA} = 0 \quad (V = \text{cte}, \Delta V = 0)$$

$$\Delta U = -810 \text{ cal} = Q_{CA} = Q_V$$

$$\Delta H = n C_V \Delta T / P_V = n C_V \Delta T$$

$$C_V = 5R/2$$

et  $C_P - C_V = R \Rightarrow C_P = 7R/2$

donec:  $C_P = R \cdot P_V / n \Delta T$

$$C_P = 2 \text{ cal/mol} \cdot K + 810 \text{ cal/mol} \cdot K / 1 \text{ mol} \cdot 273 \text{ K}$$

$$= 4,96 \text{ cal/mol} \cdot K$$

$$\Delta H = 1 \text{ mol} \cdot 4,96 \text{ cal/mol} \cdot K \cdot (546 - 27)$$

$$\Delta H = -1352,75 \text{ cal}$$

donec:  $W_{CA} = 0 \text{ cal}$ ,  $\Delta U = -810 \text{ cal}$

$$Q_{CA} = -810 \text{ cal}$$

$$\Delta H = -1352,75$$

$$\Delta H = -1352,75$$

$$\Delta H = -1352,75$$

$$\Delta H = -1352,75$$

$$\Delta H = -1352,75$$

$$\Delta H = -1352,75$$

$$\Delta H = -1352,75$$

$$\Delta H = -1352,75$$

$$\Delta H = -1352,75$$

$$\Delta H = -1352,75$$

$$\Delta H = -1352,75$$

Remarque: pour le cycle fermé

$$\oint_{ABCA} Q_{\text{cycl}} = -W_{\text{cycl}}$$

et  $\Delta H = \Delta U = 0$

car  $\Delta H = \Delta U = 0$

Transf. cal/Energie	(1)	(2)	(3)	cy
W	+378,458	-542,75	0	-16
Q	+378,458	1352,75	-810	+16
ΔU	0	810	-810	0
ΔH	0	1352,75	-1352,75	0

Exercice N° 04

Les données :  $\gamma = 1,4$

A) (34 mol, 1 atm,  $V_A = ?$ , 300 K)

$V_A = \frac{4RT_A}{P_A} \Rightarrow V_A = 836,4 \text{ (e)}$

B) (34 mol,  $T_A = T_B = 300 \text{ K}$ ,  $P_B = 3 \text{ atm}$ ,  $V_B = ?$ )

$P_A V_A = P_B V_B \Rightarrow V_B = \frac{P_A V_A}{P_B} = 278,8 \text{ (e)}$

C) (34 mol, 9 atm,  $V_C = ?$ ,  $T_C = ?$ )

Transf. adiab.  $T_C \cdot P_C^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_B \cdot P_B^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \Rightarrow T_C = T_B \left(\frac{P_B}{P_C}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$   
 $T_C = 410,62 \text{ K}$

$V_C = \frac{4RT_C}{P_C} = 127,20 \text{ (e)}$

D) ( $T_D = 410,62 \text{ K}$ , 34 mol,  $P_D = ?$ ,  $V_D = ?$ )

$T_D \cdot V_D^{\gamma-1} = T_A \cdot V_A^{\gamma-1} \Rightarrow V_D = V_A \left(\frac{T_A}{T_D}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}$

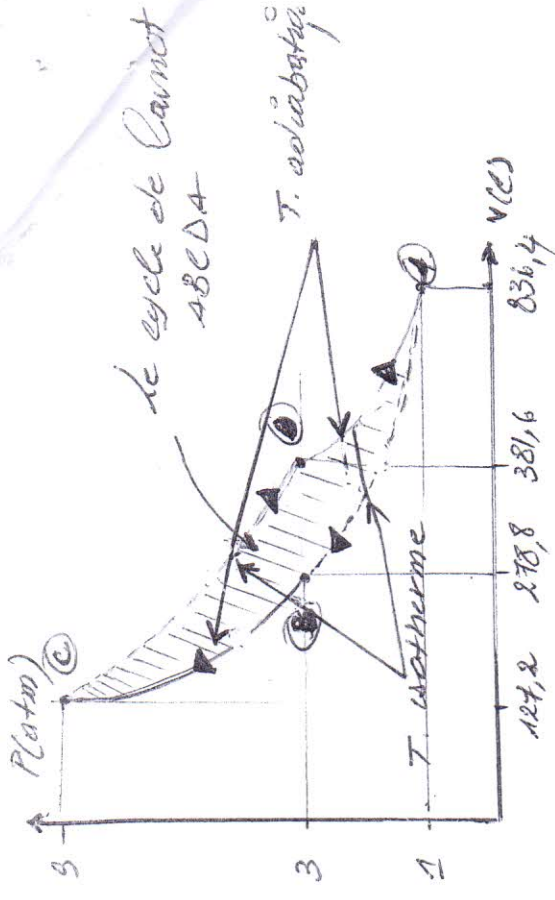
$V_D = 381,6 \text{ (e)}$

$P_D = \frac{4RT_D}{V_D} = 3 \text{ atm}$

\* Le Diagramme de Clapeyron (P, V)

A) (34 mol, 300 K, 1 atm, 836,4 e) B) (34 mol, 410,62 K, 9 atm, 127,20 e)

C) (34 mol, 300 K, 3 atm, 278,8 e) D) (34 mol, 410,62 K, 3 atm, 381,6 e)



le rendement du cycle ABCDA.

A - 1<sup>er</sup> par le 2<sup>nd</sup> loi thermodynamique du cycle

$\eta = -W_{\text{cycle}} / Q_{\text{reçue}}$

$W_{\text{cycle}} = W_{AB} + W_{BC} + W_{CD} + W_{DA}$

AB -  $\Delta U = 0 \Rightarrow -W_{AB} = Q_{AB} = 4RT_A \ln(V_B/V_A) = -93,105 \text{ kJ}$

BC - T. adiab. :  $\Delta U = W_{BC}$ ,  $Q_{BC} = 0$

CD -  $\Delta U = 0 \Rightarrow Q_{CD} = -W_{CD} = 4RT_C \ln(V_D/V_C) = 127,436 \text{ kJ}$

DA - T. adiab.  $\Rightarrow Q_{DA} = 0$ ,  $\Delta U = W_{DA}$

W<sub>cycle</sub> = -W<sub>cycle</sub> car  $\Delta U = 0$  cycle  
 $Q_{\text{cycle}} = Q_{AB} + Q_{BC} + Q_{CD} + Q_{DA} = -93,105 + 0 + 127,436 + 0 = 34,331 \text{ kJ}$

$\eta_{MC} = \frac{P_{AB} + P_{ED}}{P_{regue}}$

$P_{AB} < 0$  d'après l'équation (\*)

$\eta_{MC} = \frac{P_{regue}}{P_{ED}}$

$\eta = \frac{P_{AB}}{P_{ED}} + 1 = \frac{-93,105 \text{ kJ}}{+127,436 \text{ kJ}}$

$\eta = 9,2694 \quad ; \quad \eta \% = 26,94 \%$

B - par les Températures extrêmes du cycle.

de dérivations (\*) et (\*)

$\eta = 1 + \frac{P_{AB}}{P_{ED}} = 1 + \frac{u_{RTA} \ln \frac{V_A/V_B}{u_{RTE} \ln \frac{V_D/V_C}}{u_{RTE} \ln \frac{V_D/V_C}}{u_{RTE} \ln \frac{V_D/V_C}}}$

$= 1 + \frac{u_{RTA} \ln \frac{P_A/P_B}{u_{RTE} \ln \frac{P_C/P_D}}{u_{RTE} \ln \frac{P_C/P_D}}}{u_{RTE} \ln \frac{P_C/P_D}}{u_{RTE} \ln \frac{P_C/P_D}}$

$= 1 - \frac{T_A/T_C \cdot \ln \frac{P_A/P_B}{\ln \frac{P_C/P_D}}{\ln \frac{P_C/P_D}}}{\ln \frac{P_C/P_D}}{u_{RTE} \ln \frac{P_C/P_D}}$

$= 1 - \frac{T_A/T_C}{410,62} = 1 - 300 \text{ K} = 0,2694$

$\eta \% = 26,94 \%$