

Université Batna 2
Dept. Maths.

Systèmes Linéaires de Dimension Infinie

Devoir à la maison

Soit $\mathbb{Y} = \mathbb{V} \times L^2(0, 1)$, où

$\mathbb{V} = \{f \in L^2(0, 1) : f, \frac{df}{dx} \text{ sont absolument continues, } \frac{d^2f}{dx^2} \in L^2(0, 1) \text{ et } f(0) = f(1) = 0\}$

et

$$\langle f, g \rangle_{\mathbb{V}} = \int_0^1 \frac{d^2f}{dx^2} \frac{d^2g}{dx^2} dx$$

Etudier dans \mathbb{Y} , la contrôlabilité (exacte et approchée) du système suivant

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial t^2} + \frac{\partial^4 y(x, t)}{\partial x^4} &= b(x)u(t) \\ y(x, 0) &= y_1(x), \quad \frac{\partial y(x, 0)}{\partial t} = y_2(x) \\ y(0, t) &= y(1, t) = 0, \\ \frac{\partial^2 y(0, t)}{\partial x^2} &= \frac{\partial^2 y(1, t)}{\partial x^2} = 0. \end{aligned}$$

où

$$b(x) = 1_{[0, 1/2]}(x)$$