A(t)

Fonction de disponibilité

<u>Définition</u> : La disponibilité est l'aptitude (القدرة) d'un élément à être en état d'accomplir une fonction requise (المطلوبة) dans des conditions données, à un instant donné.

La disponibilité dépend de la fiabilité et de la maintenabilité de l'élément.

Pour qu'un élément présente une bonne disponibilité il doit :

* Avoir le moins possible de panne (action sur la fiabilité : Augmenter le temps de son fonctionnement de l'élément)
* Etre rapidement remis en son état s'il tombe en panne (Action sur la maintenabilité).

Mathématiquement, on écrit :

$$A(t) = \text{Prob}\,(\text{E non défaillant à l'instant } t)$$
$$= \text{Prob}\,(\text{E fonctionne à l'instant } t)$$

$A(t)$: Disponibilité (en anglais : Availability)

Le contraire de la disponibilité est l'indisponibilité, notée $\bar{A}(t)$:

$$\bar{A}(t) = 1 - A(t)$$

$A(t)$ est une probabilité comme $R(t)$ et $M(t)$

$\bar{A}(t)$: indisponibilité (Unavailability)

La disponibilité $A(t+Dt)$ d'un élément réparable à un instant $(t+Dt)$ est par définition

$$A(t+Dt) = \text{Prob}\,(\text{E fonctionne à } (t+Dt))$$
$$= P\left(\begin{array}{l}\text{E fonctionne à } t \text{ et n'a pas} \\ \text{de défaillance en } t \text{ et } t+Dt\end{array}\right)$$
$$+ \; P\left(\begin{array}{l}\text{E en panne à } t \text{ et est réparé} \\ \text{entre } t \text{ et } t+Dt\end{array}\right)$$

2

Dans un souci de simplification, on admet que les taux de défaillance et de réparation sont constants : $\lambda(t) = \lambda$ et $\mu(t) = \mu$

Donc :

$$A(t+Dt) = A(t) . (1 - \lambda Dt) + [1 - A(t)] . \mu Dt$$

à savoir :

$\lambda . Dt$: probabilité qu'un élément soit défaillant entre t et $t + Dt$ sachant que cet élément n'a pas eu de défaillance ~~sur~~ sur $[0, t]$.

$\mu . Dt$: probabilité qu'un élément soit réparé sur $[t, t+Dt]$ sachant que cet élément était défaillant sur $[0, t]$

En divisant ~~par Dt~~ les 2 membres de l'équation ci-dessus par Dt, on aura :

$$\frac{A(t+Dt)}{Dt} = \frac{A(t)}{Dt}(1 - \lambda Dt) + [1 - A(t)] . \frac{\mu Dt}{Dt}$$

$$= \frac{A(t)}{Dt} - \lambda A(t) + \mu - \mu A(t)$$

~~Par~~ ~~...~~ Par un petit arrangement de l'équation, on aura :

$$\frac{A(t+\Delta t)-A(t)}{\Delta t} = \mu - (\lambda+\mu)A(t)$$

En passant à la limite quand $\Delta t \to 0$:

$$\lim_{t\to 0} \frac{A(t+\Delta t)-A(t)}{\Delta t} = \lim_{t\to 0}\left[\mu-(\lambda+\mu)A(t)\right]$$

$$\frac{dA(t)}{dt} = \mu - (\lambda+\mu)A(t)$$

La résolution de cette équation différentielle donne :

$$A(t) = \frac{\mu}{\lambda+\mu} - \frac{\mu\left[1-A(0)\right]-\lambda A(0)}{\mu+\lambda}\, e^{-(\lambda+\mu)t}$$

<u>Discussion</u> :

1) si l'élément fonctionne à $t=0$ alors $A(0)=1$:

4

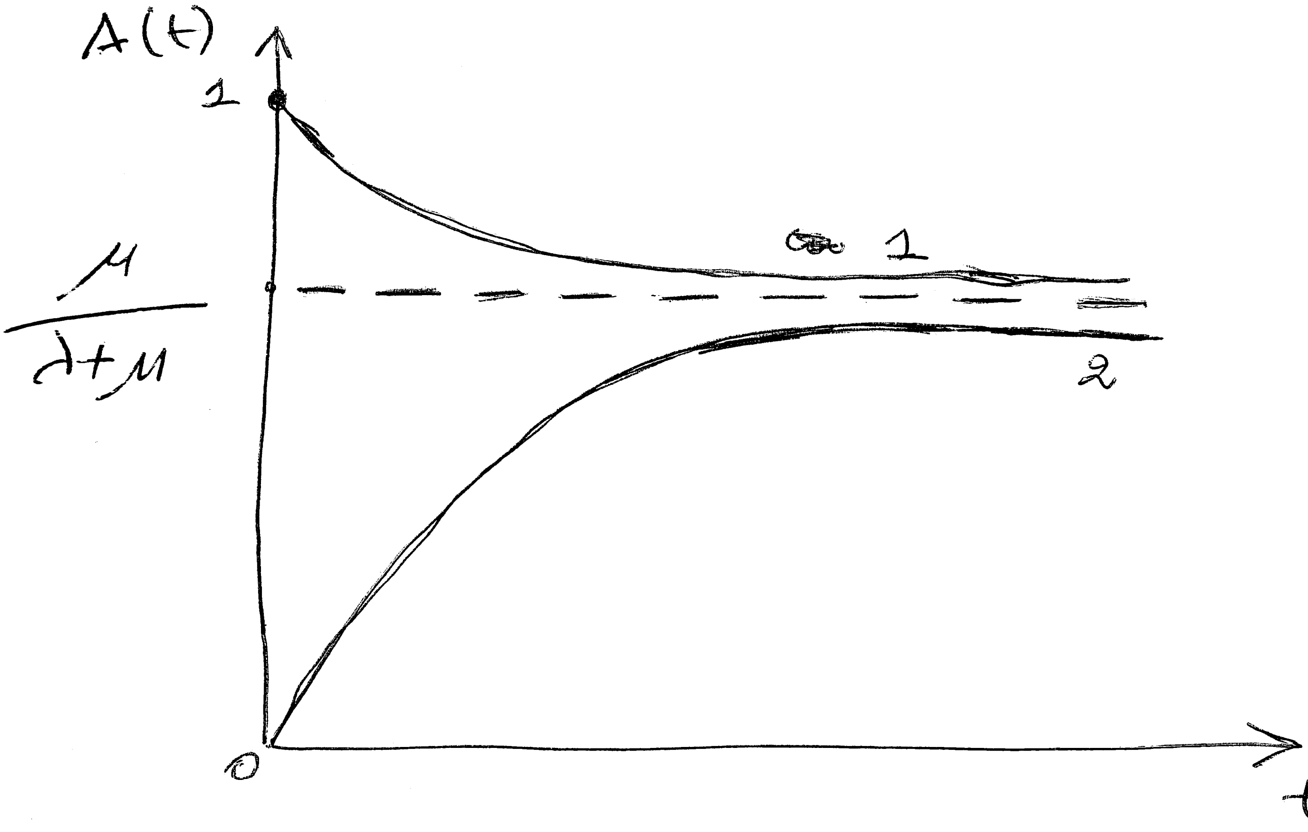
$$A(t) = \frac{\mu}{\lambda+\mu} + \frac{\lambda}{\lambda+\mu}\, e^{-(\lambda+\mu)t}, \quad \text{courbe 1}$$

4

2) si l'élément ne fonctionne pas à $t=0$ alors $A(0)=0$

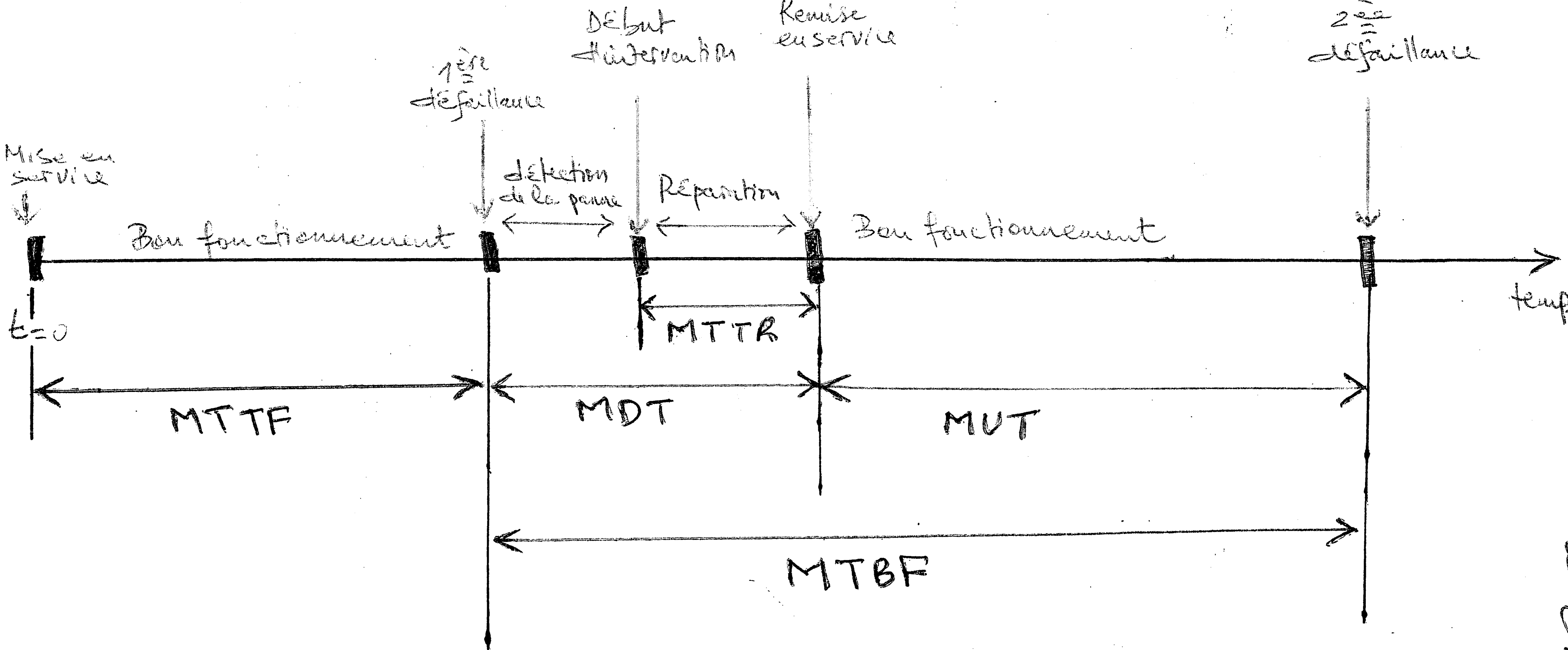
$$A(t) = \frac{\mu}{\lambda+\mu} - \frac{\mu}{\lambda+\mu}\, e^{-(\lambda+\mu)t}$$

$$= \frac{\mu}{\lambda+\mu}\left[1 - e^{-(\lambda+\mu)t}\right], \text{ courbe 2}$$



$\forall$ la valeur de $A(0)$, on a le comportement asymptotique :

$$\lim_{t \to \infty} A(t) = A(\infty) = \frac{\mu}{\lambda+\mu}$$



Représentation des différents temps

MUT : (mean ~~time~~ up time en anglais) durée moyenne de fonctionnement après la réparation.

MDT : (mean down time en anglais) durée moyenne d'indisponibilité ou durée moyenne entre une défaillance et ~~la rem~~ la remise en état de fonctionnement (remise en service).

~~MTTR : (mean time to repaire en anglais) durée moyenne de réparation~~

Le ~~D~~ MDT correspond aux phases suivantes :

* détection de la panne ;
* réparation de la panne ;
* remise en service.

MTBF : (mean time between failure) durée moyenne entre deux défaillances consécutives d'un élément réparable.

MTTR : (mean time to repair en anglais)
durée moyenne de réparation

Quelques commentaires :

- $MTBF = MUT + MDT$
- Pour de nombreux éléments (ou système), le MDT est faible devant MUT ($MDT \ll MUT$) ; la différence entre MUT et MTBF est donc ~~[illegible]~~ ~~Égalemen~~ Également faible.

$$MTBF \approx MUT$$