et $U = U_1 = 0$, sur $\ker P$,

Car $\ker U = \ker U_1 = \ker P$.

Comme $H = \overline{R(P)} \oplus \ker P$,

on trouve que $U = U_1$.

Ce qui montre $(U, P) = (U_1, P_1)$.

D'où l'unicité de (U, P).

<u>Exemple</u> : $H = \ell_2$. , $\lambda = (\lambda_n) \in \ell_\infty$; $\forall n \geq 1$, $\lambda_n \neq 0$

Prendre $T : \ell_2 \longrightarrow \ell_2$

$(x_n)_{n\geq 1} \longmapsto Tx = (0, \lambda_1 x_1, \lambda_2 x_2, \dots)$.

⊕. Trouver U, P associés à T

de la Prop. précédent.

Il est clair que $T = S . T_\lambda$,

où $S : \ell_2 \longrightarrow \ell_2$ est le shift droit,

$T_\lambda : \ell_2 \longrightarrow \ell_2$, $(x_n)_{n\geq 1} \longmapsto (\lambda_n x_n)_{n\geq 1}$

On a donc :

$$T^* T = (T_\lambda)^* S^* S T_\lambda$$

$$= T_{\bar{\lambda}} . T_\lambda \quad (\text{car } S^* S = I)$$