Ceci montre que $\ker U^* = \ker |T^*|$.

Par conséquent, $T^* = U^* |T^*|$ est bien la décomposition pôlaire de T^*.

<u>Corollaire</u>: Soit $T = U|T|$, la décomp. pôl. de T.

Si T est normal, alors U et $|T|$ commutent.

<u>Preuve</u>: Supposons T normal.

Donc $|T|^2 = |T^*|^2$.

Par passage à la racine carrée: $|T| = |T^*|$.

En vertu de la proposition précédente:

$T^* = U^* |T^*| = U^* |T|$.

D'où alors $T = |T| U$.

Ceci montre que $U|T| = |T|U$. c.q.f.d.

<u>Remarque</u>: Soit $T = U|T|$, la decom. pôl. de T.

On suppose T inversible.

Alors T^* l'est aussi, donc T^*T aussi.

D'où alors $|T| = (T^*T)^{\frac{1}{2}}$ est inv.

Or $T = U|T|$, donc U est surjective

Et comme $\ker U = \ker T = \{0\}$,

alors U est bijective,