

U est donc unitaire.

Corollary: Soit $T = U|T|$, la décom. p. d. de T .
Alors les deux propriétés suivantes
sont équivalentes:

(i) T normal,

(ii) $U|T| = |T|U$.

Preuve: (i) \Rightarrow (ii) vraie, voir Corol. précédent

(ii) \Rightarrow (i). Supposons (ii) vraie.

T étant inversible, donc U est inversible.

Donc U^* l'est aussi.

$$\begin{aligned} \text{Gr } T^* &= U^* |T^*| \quad (\text{décom. p. d. de } T^*) \\ &= |T| U^* \quad (\text{car } T = U|T|) \\ &= U^* |T| \quad (\text{d'après (ii)}) \end{aligned}$$

Comme U^* injective, alors $|T| = |T^*|$.

$$\text{D'où als } T^* T = |T|^2 = |T^*|^2 = T T^*$$

T est donc normal.