Sont de la forme $P = P_M$, où $M = R(P)$.
On dit que P est la la proj. $\perp$. de H sur M.

<u>Exemples</u> :

① O et I sont des projections $\perp$. de $B(H)$,
où $O = P_{\{0\}}$, et $I = P_H$.

② Soit $\{e_1, \dots, e_n\}$ un système $\perp$.N. de H.
Posons $P = \sum_{i=1}^{n} e_i \otimes e_i$.

Alors P est une projection $\perp$ de $B(H)$.

En effet, on a :

$$(\cdot)\ P e_j = \left(\sum_{i=1}^{n} e_i \otimes e_i\right) e_j = \sum_{i=1}^{n} (e_i \otimes e_i) e_j$$
$$= \sum_{i=1}^{n} \langle e_j, e_i \rangle e_i = e_j, \ j = 1, \dots, n.$$

$$(\cdot\cdot)\ P^2 = P\left(\sum_{i=1}^{n} e_i \otimes e_i\right) = \sum_{i=1}^{n} P(e_i \otimes e_i)$$
$$= \sum_{i=1}^{n} (P e_i \otimes e_i) = \sum_{i=1}^{n} e_i \otimes e_i = P.$$

$(\cdot\cdot\cdot)$ P auto-adj. ? Soit $x \in H$, donc

$$\langle P x, x \rangle = \left\langle \sum_{i=1}^{n} \langle x, e_i \rangle e_i, x \right\rangle$$
$$= \cancel{\otimes} \sum_{i=1}^{n} \langle x, e_i \rangle \langle e_i, x \rangle$$
$$= \sum_{i=1}^{n} \langle x, \langle x, e_i \rangle e_i \rangle$$

⑤