(.) $Pe_n = e_n$, $n \geq 1$ (facile à verifier).

(..) $P^2 = P$ (m̂. argument que (2)).

(...) $P = P^*$ (m̂. ... (2), et en utilisant la continuité du produit scalaire).

P est donc une proj. ⊥. de $B(H)$.

(....) $R(P) = \overline{sp\{e_n\}_{n\geq 1}} = M$ En effet,

par définition de P, ~~R(P) ⊂~~ on a:

$\forall x \in H, \quad Px = \sum_{n=1}^{\infty} \langle x, e_n \rangle e_n \in M.$

D'où $R(P) \subset M$

Et comme $e_n \in R(P)$, pour tout $n \geq 1$,

alors $sp\{e_n\}_{n\geq 1} \subset R(P)$.

~~D'où $M = \overline{sp\{e_n\}_{n\geq 1}} \subset R(P)$~~

D'où $M = \overline{sp\{e_n\}_{n\geq 1}} \subset R(P) \subset M$.

Alors $R(P) = M$.

Et donc $P = P_M$.