

2019/2020

Solution du TD N°1 Thermodynamique

Exercice N°1:

Définir les termes suivants :

1. Système : c'est une portion d'univers qui fait l'objet de l'étude thermodynamique, le reste étant le milieu extérieur : $\text{Univers} = \text{Système} + \text{milieu extérieur}$.

1-a: Système ouvert : c'est un système qui échange tout avec le milieu extérieur (Q et W et etc).

Exemple : Cellule vivante, casserole d'eau qui bout (elles échangent de la chaleur, l'énergie) de la matière... etc.)

1-b: Système fermé : il échange de l'énergie, chaleur, travail (W) mais pas d'échange de matière.

Exemple : Télévision : alimentation électrique donc énergie électrique, son (énergie sonore), image énergie lumineuse mais pas de matière.

1-c: Système isolé : Il n'échange rien avec le milieu extérieur, ni E , ni Q , ni W , ni matière.

Exemple : Thermos, ou calorimètre

2. Fonction d'état : Soit la fonction $F(x, y)$, sa variation infinitésimale dF est appelée différentielle

(1)

Pour que dF soit une différentielle totale exacte il faut qu'elle obéisse au théorème d'Euler :

$$\text{Soit : } dF = \left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)_y dx + \left(\frac{\partial F}{\partial y}\right)_x dy \quad (1)$$

ou $\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)_y$, $\left(\frac{\partial F}{\partial y}\right)_x$ se sont les dérivées partielles

Pour que dF soit une différentielle totale exacte il faut que $\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 F}{\partial y \partial x}$

$$\text{or } \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial F}{\partial y}\right)_x \text{ et } \frac{\partial^2 F}{\partial y \partial x} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)_y$$

exemple : Soit la fonction $F(x, y) = 2x + xy + y^2 + 2$
la dérivée partielle $\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)_y = 2x + y$

$$, \quad , \quad , \quad \left(\frac{\partial F}{\partial y}\right)_x = 2y + x$$

$$\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial F}{\partial y}\right)_x = \frac{\partial}{\partial x} (2y + x) = 1$$

$$\frac{\partial^2 F}{\partial y \partial x} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)_y = \frac{\partial}{\partial y} (2x + y) = 1$$

On remarque que $\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 F}{\partial y \partial x} = 1 \Rightarrow$ la différentielle dF de la fonction $F(x, y)$ une différentielle totale exacte $\Rightarrow F(x, y)$ est une fonction d'état, car le théorème d'Euler est vérifié

Variables d'état : ce sont les variables qui permettent de définir l'état d'un système. On peut démontrer qu'avec $\binom{3}{2}$ variables d'état, tout

Système homogène peut être définie, les n variables d'état ne sont pas indépendantes et sont reliées par exemple un gaz parfait par une équation d'état la plus connue $PV = nRT$

Si n, P, V sont connus, alors T est automatiquement fixé et l'état du système est définie

variables intensives:

Ce sont les variables indépendantes de la quantité de matière exemple $\{P, T, [C]\}$, Elles ne sont pas additives et elles peuvent être définie en n'importe quel point du système

variables extensives:

Ce les variables dépendantes de la quantité de matière exemple / la masse (m), le volume (V), l'énergie (E). Elles sont additives et ne peuvent être définie que sur l'ensemble du système.

3-4: Parmi les grandeurs physiques, quelles sont les grandeurs extensives et intensives.

variables extensives: volume, masse, distance, force, fraction molaire

variables intensives: Pression, température, masse volumique (ρ), concentration

Remarque: le rapport d'une variable extensive / extensive est variable intensive: $\rho = \frac{m}{V}$

(3)

$$\rho = \frac{m \text{ (extensive)}}{V \text{ (extensive)}} = \text{intensive} \Rightarrow \rho: \text{intensive}$$

4 - Transformations:

4-1: Transformation reversible: c'est le passage d'un état initial à un état final par la succession d'états d'équilibre infiniment voisins c.a.d on peut retourner à l'état initial par les mêmes étapes

exemple: Reactions d'estérification تحويل ككوس
c'est une transformation lente بطيئة.

Transformation irréversible: غير ككوس

contraire à celle reversible, on ne peut pas revenir à l'état initial en passant par les mêmes étapes

c'est une transformation violente, brutale

exemple: explosion d'une bombe, la vie

Exercice n° 4:

4 - Montrer que le volume V est une fonction d'état

a - Pour 1 mole de gaz parfait définie par T et P

on sait que la loi des gaz parfaits est régie par l'équation d'état $PV = nRT \Rightarrow$

$V = \frac{nRT}{P}$ or $n = 1$ mole, R constante de gaz parfaits \Rightarrow les deux variables sont P et T

$$V = \frac{nRT}{P} \Rightarrow dV = \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P dT + \left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T dP$$

Pour que V est une fonction d'état il faut que:

(4)

sa différentielle soit une différentielle totale exacte c.à.d. $\frac{\partial^2 V}{\partial T \partial P} = \frac{\partial^2 V}{\partial P \partial T}$

$$\frac{\partial^2 V}{\partial T \partial P} = \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_T = \frac{\partial}{\partial T} \left(-\frac{nRT}{P^2} \right) = -\frac{nR}{P^2}$$

$$\frac{\partial^2 V}{\partial P \partial T} = \frac{\partial}{\partial P} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P = \frac{\partial}{\partial P} \left(\frac{nR}{P} \right) = -\frac{nR}{P^2}$$

On remarque que $\frac{\partial^2 V}{\partial T \partial P} = \frac{\partial^2 V}{\partial P \partial T} = -\frac{nR}{P^2} \Rightarrow$ la fonction V est une équation d'état car sa différentielle dV est une différentielle totale exacte

b. Pour un cylindre de rayon r et hauteur h le volume du cylindre est donnée par: $V = \pi r^2 h$ ou r est le rayon et h la hauteur

$$V = f(r, h) \quad \pi \text{ est une constante}$$

Pour V est une fonction d'état il faut que

$$\frac{\partial^2 V}{\partial r \partial h} = \frac{\partial^2 V}{\partial h \partial r}, \quad V = \pi r^2 h$$

$$\left(\frac{\partial V}{\partial r} \right)_h = 2\pi r h, \quad \left(\frac{\partial V}{\partial h} \right)_r = \pi r^2$$

$$\frac{\partial^2 V}{\partial r \partial h} = \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial V}{\partial h} \right)_r = \frac{\partial}{\partial r} (\pi r^2) = 2\pi r$$

$$\frac{\partial^2 V}{\partial h \partial r} = \frac{\partial}{\partial h} \left(\frac{\partial V}{\partial r} \right)_h = \frac{\partial}{\partial h} (2\pi r h) = 2\pi r$$

Puisque $\frac{\partial^2 V}{\partial h \partial r} = \frac{\partial^2 V}{\partial r \partial h} = 2\pi r \Rightarrow dV$ est une différentielle totale exacte $\Rightarrow V$: fonction d'état

$$dP = \left(-\frac{RT}{V^2} \right) dV + \left(\frac{R}{V} \right) dT \quad (1)$$

(5)

3°) La quantité de chaleur élémentaire δQ

$$\delta Q = \left(-\frac{RT}{P}\right) dP + C_p(T) dT$$

On remarque d'après dP et dT que $Q = f(P, T)$
 sa différentielle $dQ = \left(\frac{\partial Q}{\partial P}\right) dP + \left(\frac{\partial Q}{\partial T}\right) dT$
 or d'après l'équation (1) si on compare (1) avec (2)

$$\frac{\partial Q}{\partial P} = -\frac{RT}{P}, \quad \frac{\partial Q}{\partial T} = C_p(T)$$

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial P \partial T} = \frac{\partial}{\partial P} \left(\frac{\partial Q}{\partial T} \right) = \frac{\partial}{\partial P} (C_p(T)) = 0 \text{ car } C_p(T) \text{ n'est pas}$$

fonction que de la température $C_p(T) = a + bT + cT^2$

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial T \partial P} = \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{\partial Q}{\partial P} \right) = \frac{\partial}{\partial T} \left(-\frac{RT}{P} \right) = -\frac{R}{P}$$

Or $\frac{\partial^2 Q}{\partial P \partial T} \neq \frac{\partial^2 Q}{\partial T \partial P} \Rightarrow$ la fonction Q n'est pas

une fonction d'état car dQ n'est pas différentielle totale exacte

b) Soit les trois types différents d'équations :

$$dQ = c_v dT + l dv \quad \text{--- (a)}$$

$$dQ = c_p dT + h dP \quad \text{--- (b)}$$

$$dQ = \lambda dP + \mu dv \quad \text{--- (c)}$$

Les coefficients thermiques pour un gaz quelconques

On remarque que (a) = (b) = (c) = dQ

$$c_v dT + l dv = c_p dT + h dP = \lambda dP + \mu dv \quad \text{--- (4)}$$

Pour une transformation isobare $P = \text{cte} \Rightarrow dP = 0$
 on aura de (4) : $c_v dT + l dv = c_p dT = \mu dv$ --- (7)

Pour une transformation isochore $v = cte \Rightarrow dv = 0$
 de (4) on aura: $c_v dT = c_p dT + h dp = \lambda dP$ (6)

A partir de (5) et (6) on peut tirer les égalités suivantes

de (5): $\mu = c_p \left(\frac{\partial T}{\partial v} \right)$, $h = (c_p - c_v) \left(\frac{\partial T}{\partial v} \right)$

de (6): $\lambda = c_v \left(\frac{\partial T}{\partial p} \right)$, $h = (c_v - c_p) \frac{\partial T}{\partial p}$

1) après la loi des gaz parfaits $PV = nRT$, pour $n = 1 \text{ mol}$

$$PV = RT \Rightarrow T = \frac{PV}{R} \Rightarrow \frac{\partial T}{\partial v} = \frac{P}{R} / \frac{\partial T}{\partial p} = \frac{v}{R}$$

et selon la relation de Mayer: $c_p - c_v = R$

et on a $\frac{c_p}{c_v} = \gamma$, les coefficients thermiques seront comme suit.

$$\lambda = c_v \left(\frac{\partial T}{\partial p} \right) = c_v \left(\frac{v}{R} \right) \text{ et } c_p - c_v = R \text{ si on divise}$$

$$\text{les deux membres par } c_p \Rightarrow \frac{c_p}{c_p} - \frac{c_v}{c_p} = \frac{R}{c_p} \quad \frac{c_p}{c_v} = \gamma$$

$$\text{on aura } 1 - \frac{1}{\gamma} = \frac{R}{c_p} \Rightarrow \frac{\gamma - 1}{\gamma} = \frac{R}{c_p} \Rightarrow R = c_p \left(\frac{\gamma - 1}{\gamma} \right)$$

$$c_p = \frac{\gamma R}{\gamma - 1}$$

et on a $c_p - c_v = R$ si on divise par $c_v \Rightarrow$

$$\frac{c_p}{c_v} - \frac{c_v}{c_v} = \frac{R}{c_v} \Rightarrow \gamma - 1 = \frac{R}{c_v} \Rightarrow c_v = \frac{R}{\gamma - 1}$$

$$\text{Donc } \lambda = c_v \left(\frac{v}{R} \right) = c_v \left(\frac{v}{R} \right) = \frac{R}{\gamma - 1} \left(\frac{v}{R} \right) = \frac{1}{\gamma - 1} v$$

$$h = (c_v - c_p) \frac{\partial T}{\partial p} = -R * \frac{v}{R} = -v \Rightarrow \boxed{h = -v}$$

$$\mu = c_p \left(\frac{\partial T}{\partial v} \right) = c_p \left(\frac{P}{R} \right) = \frac{\gamma R}{\gamma - 1} \left(\frac{P}{R} \right) = \frac{\gamma}{\gamma - 1} P$$

$$\mu = (c_p - c_v) \frac{\partial T}{\partial v} = (c_p - c_v) \frac{P}{R} = R * \frac{P}{R} = P \Rightarrow \boxed{\mu = P}$$

Phase : On utilise la notion de phase pour distinguer les différents états possibles d'un système.
Si un système est entièrement homogène physiquement et chimiquement on dit qu'il est constitué d'une seule phase exemple : une eau sucrée non saturée est homogène le sucre se dissout totalement et on a une seule phase.

Dans le cas contraire un système non homogène peut être constitué d'une ou plusieurs phases
exemple : gaz-liquide, gaz-liquide-solide
solution vinaigrette (huile + vinaigre) est constituée de deux phases vinaigre et huile

Gaz parfait : c'est un modèle simplifié des gaz.
Il est basé sur deux hypothèses.

1. Les molécules de ce gaz sont considérées comme des points matériels, on néglige leur volume propre par rapport au volume total du gaz

2. On néglige les interactions entre les molécules du gaz, à l'exception des interactions entre les molécules qui ont lieu lors des chocs entre les molécules.

Gaz réel : Contrairement au gaz parfait, le volume propre des molécules n'est pas négligé ainsi que les interactions entre les molécules ne sont pas aussi négligées

3°) Soit les deux fonctions $f(x, y)$ et $g(x, y)$

3-a: $f(x, y) = x^3 + y^2 + \sqrt{xy} = x^3 + y^2 + (xy)^{\frac{1}{2}}$

Soit sa différentielle $df = \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_y dx + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)_x dy$

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_y = 3x^2 + \frac{1}{2} y^{\frac{1}{2}} \cdot x^{-\frac{1}{2}} = 3x^2 + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{y}{x}}$$

$$\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)_x = 2y + \frac{1}{2} x^{\frac{1}{2}} \cdot y^{-\frac{1}{2}} = 2y + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{x}{y}}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_y = \frac{\partial}{\partial y} \left(3x^2 + \frac{1}{2} \cdot y^{\frac{1}{2}} \cdot x^{-\frac{1}{2}}\right)_y$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)_x = \frac{\partial}{\partial x} \left(2y + \frac{1}{2} x^{\frac{1}{2}} \cdot y^{-\frac{1}{2}}\right)$$

$$= \frac{1}{4} x^{-\frac{1}{2}} \cdot y^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{1}{xy}}$$

On remarque que $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{1}{xy}} \Rightarrow$ sa différentielle df est une différentielle totale exacte \Rightarrow notre fonction $f(x, y)$ est une fonction d'état.

3-b: $g(x, y) = x^3 \cdot y e^{xy}$

Sa différentielle est $dg = \left(\frac{\partial g}{\partial x}\right)_y dx + \left(\frac{\partial g}{\partial y}\right)_x dy$

$$\left(\frac{\partial g}{\partial x}\right)_y = 3y x^2 e^{xy} + y x^3 \cdot y e^{xy} = e^{xy} (3y x^2 + y^2 x^3)$$

$$\left(\frac{\partial g}{\partial y}\right)_x = x^3 e^{xy} + x^3 y x e^{xy} = e^{xy} (x^3 + y x^4)$$

$$\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial g}{\partial y}\right)_x = \frac{\partial}{\partial x} \left[e^{xy} (x^3 + y x^4) \right]$$

(9)

$$\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y} = \left(e^{xy} (y + 3yx^2 + y^2 x^3) \right) + \frac{\partial e^{xy}}{\partial y} (y + 3yx^2 + y^2 x^3)$$

$$= e^{xy} (5yx^2 + y^2 x^4 + 3x^2)$$

$$\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial g}{\partial x} \right) = \frac{\partial}{\partial y} \left(e^{xy} [3yx^2 + y^2 x^3] \right)$$

$$= x e^{xy} (3yx^2 + y^2 x^3) + e^{xy} [3x^2 + 2yx^3]$$

$$= e^{xy} (5yx^2 + y^2 x^4 + 3x^2 + 2yx^3)$$

On remarque que $\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y} \neq \frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x} \Rightarrow dg$ est pas une différentielle totale exacte \Rightarrow notre fonction $g(x, y)$ est pas une fonction d'état.

Exercice n° 2 :

Soit une mole de gaz parfait occupant un volume $V = 22,7 \text{ l}$ sous 1 atm et une $T = 0^\circ \text{C} = 273 \text{ K}$.

a) Calcul de la constante des gaz parfaits R

$$\text{On a } PV = nRT \Rightarrow R = \frac{PV}{nT}$$

1°) R en $\text{atm} \cdot \text{l} / \text{mol} \cdot \text{K}$:

$$R = \frac{1 \text{ atm} \times 22,7 \text{ l}}{1 \text{ mol} \times 273 \text{ K}} = 0,082 \text{ l} \cdot \text{atm} / \text{mol} \cdot \text{K}$$

2°) R en $\text{l} \cdot \text{bar} / \text{mol} \cdot \text{K}$: $1 \text{ atm} = 1,01325 \text{ Bar}$

$$R = 1,01325 \text{ bar} \times 22,7 \text{ l} =$$

$$1 \text{ mol} \times 273 \text{ K}$$

3°) R en $\text{J} / \text{mol} \cdot \text{K}$: $1 \text{ atm} = 1,01325 \times 10^5 \text{ Pa}$

$$\text{et } 1 \text{ l} = 10^{-3} \text{ m}^3 \text{ et } 1 \text{ J} = \text{Pa} \times \text{m}^3$$

Donc $R = 1,01325 \times 10^5 \text{ Pa} \times 22,4 \times 10^{-3} \text{ m}^3$
 $1 \text{ mol} \times 273 \text{ K}$

$$\boxed{R = 8,31 \text{ J/mol.K}}$$

4°) R en mmHg.l/mol.K : $1 \text{ atm} = 760 \text{ mmHg}$

$$R = \frac{760 \text{ mmHg} \times 22,4 \text{ l}}{1 \text{ mol} \times 273 \text{ K}} = 62,35 \text{ mmHg.l/mol.K}$$

$$\boxed{R = 62,35 \text{ l.mmHg/mol.K}}$$

5°) R en cal/mol.K : $1 \text{ cal} = 4,18 \text{ J}$

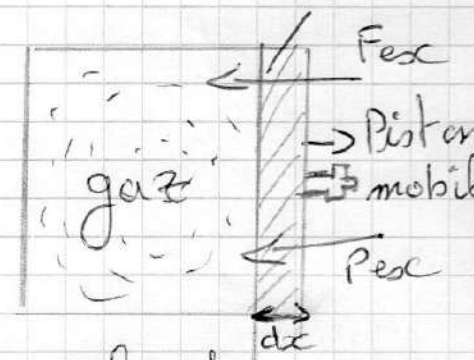
$$R = \frac{8,31 \text{ J/mol.K}}{4,18} = 1,99 \text{ cal/mol.K}$$

$$\boxed{R \approx 2 \text{ cal/mol.K}}$$

Exercice n° 3

1°) Démonstration de la formule $\delta W = -P_{ec} dV$
 Le travail fourni ou reçu par un ressort a pour formule $\delta W_{ab} = -F_{esc} dx$, or la pression $P = \frac{F_{esc}}{S} \Rightarrow F_{esc} = P \times S$ ou S est la surface

Soit un cylindre fermé par un piston mobile lors d'un déplacement élémentaire du piston, le gaz se comprime, sa compression δ (surface) est due à la pression exercée sur le gaz d'où le travail est



$$\delta W_{esc} = -F_{esc} dx = -P_{ec} * S * dx$$

or $S * dx = dV$ (variation du

volume du gaz lors de la compression cylindre

$$\Rightarrow \delta W_{esc} = -P_{ec} dV \Rightarrow \delta W = -P_{ec} dV$$

2°) Le travail échangé durant les transformations réversibles suivantes

a) Transformation isobare ($P = cte$) réversible

$$\int_I^f \delta W_{I-f} = - \int_I^f P_{ec} dV \Rightarrow \int_I^f \delta W_{I-f} = -P_f \int_I^f dV$$

$$\Rightarrow W_{I-f} = -P_f (V_f - V_I)$$

En a deux cas: soit un chauffage isobare ou un refroidissement isobare

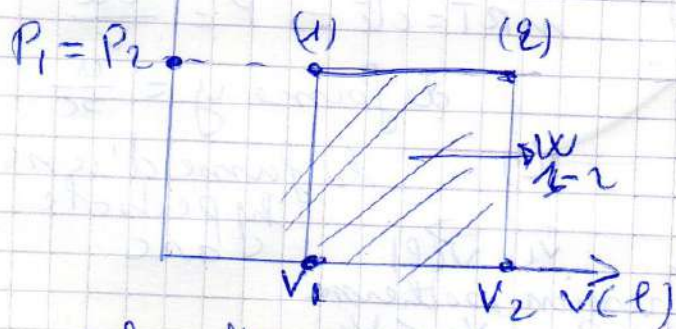
Pour tracer le diagramme de Clapeyron ($P = f(V)$)

On doit voir les températures

a) chauffage isobare : $P_1 = P_2$ mais $T_2 > T_1 \Rightarrow V_2 > V_1$
 car $V = \frac{nRT}{P}$ $V_1 = \frac{nRT_1}{P_1}$, $V_2 = \frac{nRT_2}{P_2}$ ou $P_1 = P_2$
 Donc le volume est directement proportionnel à T
 Si $T \uparrow \Rightarrow V \uparrow \Rightarrow T_2 > T_1 \Rightarrow V_2 > V_1$

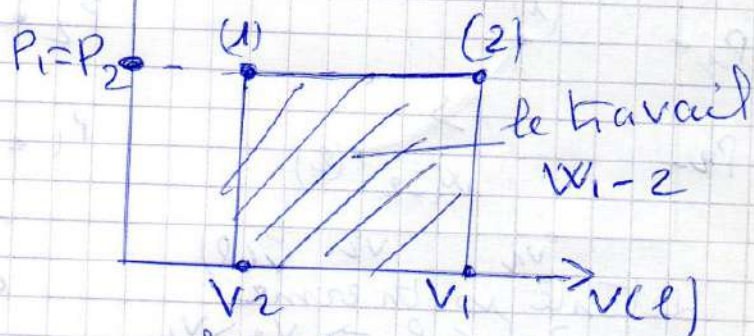
b) Pour un refroidissement isobare : $T_2 < T_1 \Rightarrow V_2 < V_1$

$\Delta P(\text{atm})$



chauffage isobare

$\Delta P(\text{atm})$

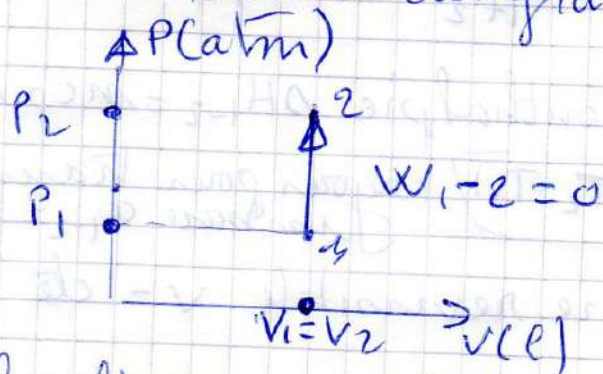


refroidissement isobare

b) Transformation isochore réversible $\Rightarrow V_1 = V_2 = \text{cte}$
 $\Rightarrow dV = 0$

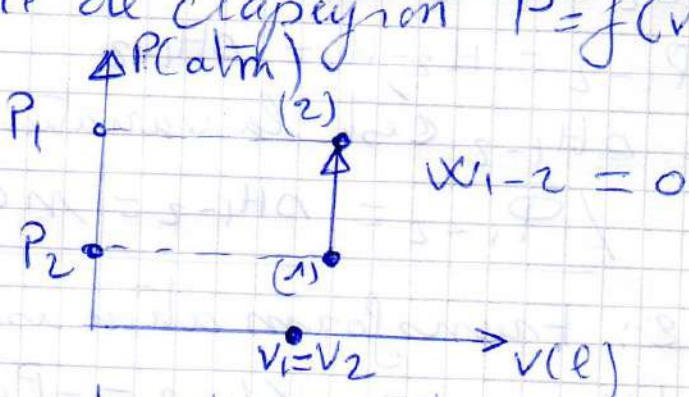
$$\delta W_{1-2} = -P_{\text{ext}} dV \Rightarrow \boxed{W_{1-2} = 0} / \text{pas de travail}$$

Le trace sur le diagramme de Clapeyron $P = f(V)$



chauffage isochore

$$T_2 > T_1 \Rightarrow P_2 > P_1$$



refroidissement isochore

$$T_2 < T_1 \Rightarrow P_2 < P_1$$

c) Transformation isotherme réversible $T = \text{cte} \Rightarrow T_1 = T_2$

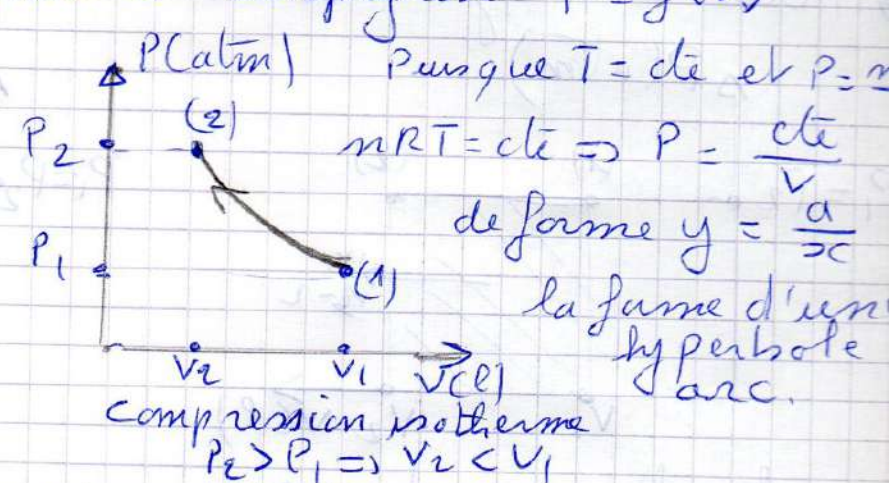
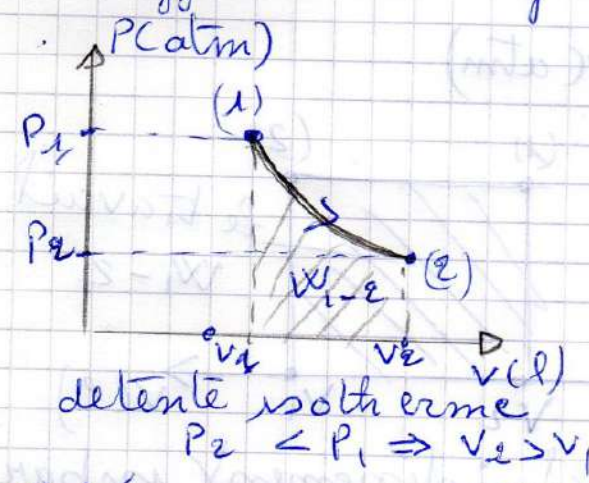
$$\delta W = -P_{\text{ext}} dV$$

or dv variable et P variable car transformation reversible $\Rightarrow P_{ext} = P_{syst} \neq cte$, $P = \frac{nRT}{V}$

$$\int_{1-2} \delta W = - \int_1^2 P_{ext} dv = - \int_1^2 P_{syst} dv = - \int_1^2 \frac{nRT}{V} dv$$

or $T = cte$ $T_1 = T_2 \Rightarrow \int_{1-2} \delta W_{1-2} = -nRT \int_1^2 \frac{dv}{V}$, n, R constants
 $\Rightarrow W_{1-2} = -nRT \ln \frac{V_2}{V_1} = -nRT \ln \frac{P_1}{P_2} = nRT \ln \frac{P_2}{P_1}$

Les différents diagrammes de Clapeyron $P = f(V)$



3°) L'expression de la quantité de chaleur Q

3-1: Transformation isobare: $P = cte$, $W_{1-2} = -P(V_2 - V_1)$

On sait d'après le 1^{er} principe de la thermodynamique que

$$\Delta U_{1-2} = W_{1-2} + Q_{1-2} \Rightarrow Q_{1-2} = \Delta U_{1-2} - W_{1-2}$$

$$Q_{1-2} = (U_2 - U_1) + P(V_2 - V_1) = \underbrace{(U_2 + PV_2)}_{H_2} - \underbrace{(U_1 + PV_1)}_{H_1} = \Delta H_{1-2}$$

$$Q_{1-2} = H_2 - H_1 = \Delta H_{1-2}$$

Or ΔH_{1-2} est la variation d'enthalpie $\Delta H_{1-2} = n c_p \Delta T$

$Q_{1-2} = \Delta H_{1-2} = n c_p (T_2 - T_1)$ toujours pour transf. isobare $Q_{1-2} = \Delta H_{1-2}$

3-2: Transformation isochore réversible $v = cte \Rightarrow$

$$dv = 0 \Rightarrow W_{1-2} = -Pdv = 0$$

$$\Delta U_{1-2} = Q_{1-2} + W_{1-2} \Rightarrow \Delta U_{1-2} = Q_{1-2} \text{ or } \Delta U = n c_v \Delta T$$

Pour la variation d'énergie interne (ΔU) toujours ΔU est égale à $n c_v \Delta T$ à $P = cte$ ou $v = cte$, mais à $T = cte$

$$\Delta U = n c_v \Delta T = 0$$

$$\Delta U \begin{cases} P = cte \Rightarrow \Delta U = nC_V \Delta T \\ V = cte \Rightarrow \Delta U = nC_V \Delta T \\ T = cte \Rightarrow \Delta U = nC_V \Delta T = 0 \end{cases}$$

$$\Delta H \begin{cases} P = cte \Rightarrow \Delta H = nC_P \Delta T \\ V = cte \Rightarrow \Delta H = nC_P \Delta T \\ T = cte \Rightarrow \Delta H = nC_P \Delta T = 0 \end{cases}$$

3-3: transformation isotherme reversible;

$$T = cte \Rightarrow \Delta T = 0 \Rightarrow \Delta U_{1-2} = 0$$

$$\Delta U_{1-2} = W_{1-2} + Q_{1-2} = 0 \Rightarrow Q_{1-2} = -W_{1-2} = +nRT \ln \frac{V_2}{V_1}$$

$$Q_{1-2} = nRT \ln \frac{V_2}{V_1} = nRT \ln \frac{P_1}{P_2}$$

4) Transformation isotherme irreversible $T = cte \Rightarrow T_1 = T_2$
 transformation irreversible (غير سكوكو) $\Rightarrow P_{esc} = P_{g,m}$

$$\int \delta W_{1-2} = -P_2 \int_1^2 dV = -P_2 (V_2 - V_1), \quad V = \frac{nRT}{P}$$

$$W_{1-2} = -P_2 \left(\frac{nRT}{P_2} - \frac{nRT}{P_1} \right) = -nRT \left(1 - \frac{P_2}{P_1} \right)$$

$$\Delta U_{1-2} = W_{1-2} + Q_{1-2} = 0 \quad \text{car } \Delta T = 0 \Rightarrow \Delta U = 0$$

$$Q_{1-2} = -W_{1-2} = P_2 (V_2 - V_1) = nRT \left(1 - \frac{P_2}{P_1} \right)$$

Exercice N° 4:

$$\left(\begin{array}{l} m = 25 \text{ g } N_2 \\ P_1 = 1 \text{ atm} \\ T_1 = 25^\circ \text{C} = 298 \text{ K} \\ V_1 \\ \text{Etat 1} \end{array} \right) \begin{array}{l} \text{compression} \\ \text{isotherme} \\ \text{reversible} \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{l} m = 25 \text{ g } N_2 \\ P_2 = 10 \text{ atm} \\ T_2 = T_1 \\ V_2 \\ \text{Etat 2} \end{array} \right)$$

1) Compression isotherme reversible

calcul du nombre de mole: $n = \frac{m}{M} = \frac{25 \text{ g}}{28 \text{ g/mole}}$
 $n_{N_2} = 0,892 \text{ moles}$

Puisque c'est une compression isotherme $T = cte$ et reversible $\Rightarrow W_{1-2} = -nRT \ln \frac{V_2}{V_1} = nRT \ln \frac{P_2}{P_1}$

$$-W_{1-2, \text{rev}} = nRT \ln \frac{P_2}{P_1} = 0,892 * 8,314 * 298 \ln \frac{10}{1}$$

$$W_{1-2, \text{rev}} = 5082,986 \text{ J} = 5,0829 \text{ kJ}$$

20) compression isotherme irreversible: $T = \text{cte}$

Puisque irreversible $\Rightarrow P_{\text{ext}} = P_{\text{sys}} = P_f = P_2$

$$\delta W_{1-2, \text{irrev}} = \int_1^2 -P_{\text{ext}} dv = -P_2 \int_1^2 dv = -P_2 (V_2 - V_1)$$

$$W_{1-2, \text{irrev}} = -P_2 \left(\frac{nRT}{P_2} - \frac{nRT}{P_1} \right) \quad T_1 = T_2 = T$$

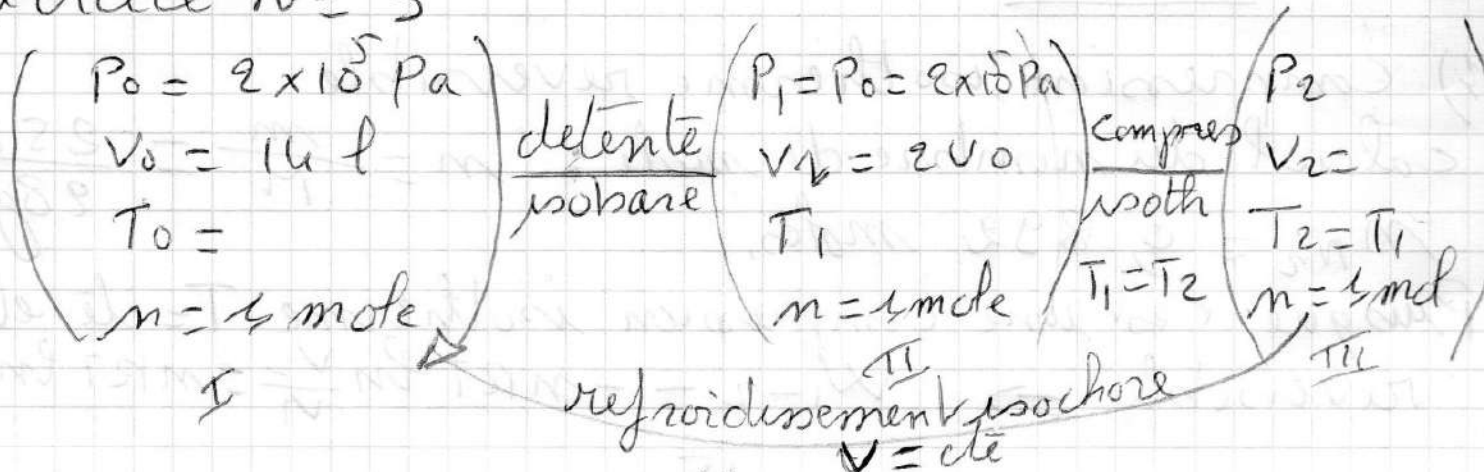
$$W_{1-2, \text{irrev}} = -nRT \left(1 - \frac{P_2}{P_1} \right) = -0,892 * 8,314 * 298 \left(1 - \frac{1}{10} \right)$$

$$W_{1-2, \text{irrev}} = 19889,94 \text{ J} = 19,8899 \text{ kJ}$$

Comparison des résultats:

On remarque que le $W_{\text{irrev}} > W_{\text{rev}}$ car pour la transformation irreversible elle se passe rapidement ça demande pas beaucoup de travail tandis que la transformation reversible, elle se passe lentement moins de travail car le travail est reçu par le système (+)

Exercice N° 5



a) Calcul de la température T_0 ($\text{Pa} \times \text{m}^3 = \text{joule}$)

$$T_0 = \frac{P_0 V_0}{nR} = \frac{2 \times 10^5 \text{ Pa} \times 14 \times 10^{-3} \text{ m}^3}{4 \times 8,314} = 336,78 \text{ K}$$

$$\underline{T_0 = 336,78 \text{ K}}$$

calcul de la température T_1 :

La transf 1-2 est isobare $\Rightarrow P_0 = P_1 \Rightarrow \frac{T_0}{V_0} = \frac{T_1}{V_1}$
 or $V_1 = 2V_0 \Rightarrow \frac{T_0}{V_0} = \frac{T_1}{2V_0} \Rightarrow T_1 = 2T_0 = 2 \times 336,78$
 $T_1 = 673,56 \text{ K}$

calcul de la pression maximale P_2

La transformation 2-3 est isotherme $\Rightarrow T_1 = T_2$

$$\Rightarrow P_1 V_1 = P_2 V_2 \Rightarrow P_2 = \frac{P_1 V_1}{V_2} = \frac{P_1 \times 2V_0}{V_0}$$

$$P_2 = 2P_1 \Rightarrow P_2 = 2 \times 2 \times 10^5 = 4 \times 10^5 \text{ Pa}$$

2°) Calcul du travail W :

a) transformation 1-2 isobare $\Rightarrow P_0 = P_1 = \text{cte} \Rightarrow W = -P_1(V_1 - V_0)$

$$W_{1-2} = -P_1(V_1 - V_0) = -P_0(V_1 - V_0) = -2 \times 10^5 (2V_0 - V_0) = -P_0 V_0$$

$$W_{1-2} = -2 \times 10^5 \times 14 \times 10^{-3} = -2800 \text{ J}$$

$$\underline{W_{1-2} = -2800 \text{ J}}$$

b) Transformation 2-3: isotherme réversible

$$W_{2-3} = -nRT \ln \frac{V_3}{V_2} = -nRT \ln \frac{P_1}{P_2}$$

$$W_{2-3} = -4 \times 8,314 \times 673 \ln \frac{2}{1} =$$

$$W_{2-3} = 3880,78 \text{ J}$$

c) La transformation 3-4: isochore $V_2 = V_0$

$$W_{3-4} = -P_0 dV = 0 \text{ car } dV = V_2 - V_0 = 0$$

(17) 13

calcul du travail cyclique: $W_{1-2-3-1}$

$$W_{1-2-3} = W_{1-2} + W_{2-3} + W_{3-1} = -2800 + 3880,78$$

$$\boxed{W_{\text{cycle}} = 1080,78 \text{ J}}$$

Représentation du cycle ds le diagramme (P, V)

Transf 1-2 :

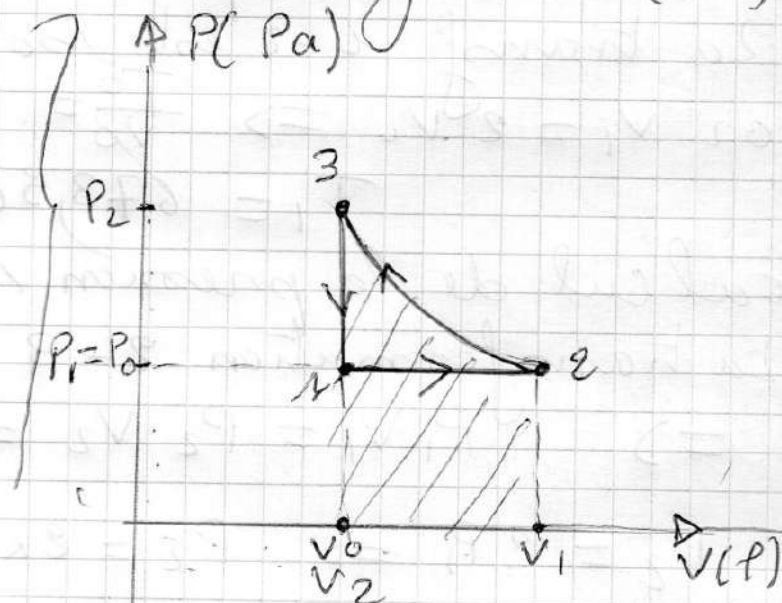
$$P_0 = 2 \times 10^5 \text{ Pa}, V_0 = 1 \text{ l}$$

Transf 2-3 :

$$P_1 = P_0 = 2 \times 10^5 \text{ Pa}, V_1 = 28 \text{ l}$$

Transf 3-1

$$P_2 = 4 \times 10^5 \text{ Pa}, V_2 = 1 \text{ l}$$



calcul de Q :

Transformation 1-2 isobare $P = \text{cte}$

Puisque $P = \text{cte} \Rightarrow Q_{1-2} = \Delta H_{1-2}$

$$Q_{1-2} = n c_p \Delta T = n c_p (T_1 - T_0)$$

Notre gaz est diatomique $\Rightarrow c_v = \frac{5}{2} R$ et $c_p = \frac{7}{2} R$

$$Q_{1-2} = n c_p (T_1 - T_0) = 1 \times \frac{7}{2} \times 8,314 \times (673,56 - 336,78)$$

$$\boxed{Q_{1-2} = 9799,96 \text{ J}}$$

$$\Delta U_{1-2} = W_{1-2} + Q_{1-2} = -2800 + 9799,96 = 6999,96$$

$$\boxed{\Delta U_{1-2} \approx 7000 \text{ J}}$$

Transformation 2-3 : isotherme $\Rightarrow T_1 = T_2 \Rightarrow \Delta T = 0$

$$\Delta U_{2-3} = n c_v \Delta T = 0, \quad \Delta H_{2-3} = n c_p \Delta T = 0$$

$$\bullet \Delta U_{2-3} = W_{2-3} + Q_{2-3} = 0 \Rightarrow Q_{2-3} = -W_{2-3}$$

$$\underline{Q_{2-3} = -3880,78 \text{ J}}$$

Transformation 3-1 isochore $\Rightarrow W_{3-1} = 0$
 $\Delta U_{3-1} = W_{3-1} + Q_{3-1} = Q_{3-1}$

$$Q_{3-1} = \Delta U_{3-1} = n c_V \Delta T = n c_V (T_0 - T_2)$$

$$Q_{3-1} = 4 \times \frac{5}{2} \times 8,314 (336,78 - 673,56)$$

$$Q_{3-1} = \Delta U_{3-1} \approx +7000 \text{ J}$$

Le bilan du cycle:

$$W_{\text{cycle}} = W_{1-2} + W_{2-3} + W_{3-1} = 1080,78 \text{ J}$$

$$Q_{\text{cycle}} = Q_{1-2} + Q_{2-3} + Q_{3-1} = -1080,78 \text{ J}$$

$$\Delta U_{\text{cycle}} = W_{\text{cycle}} + Q_{\text{cycle}} = 0$$

$$\Delta H_{\text{cycle}} = 0$$

On remarque que la valeur de $W_{\text{cycle}} > 0$ et celle de $Q_{\text{cycle}} < 0$ cela est due que le système a reçu un travail qu'il a intégralement restitué au milieu extérieur sous forme de chaleur.