Chapitre V :

Etude de la viscosité

1. Introduction

La viscosité est une grandeur physico-chimique qui caractérise les frottements internes du fluide, autrement dit sa capacité à s'écouler. Elle caractérise la résistance d'un fluide à son écoulement lorsqu'il est soumis à l'application d'une force tangentielle au sens de son écoulement. C'est à dire, les fluides de grande viscosité résistent à l'écoulement et les fluides de faible viscosité s'écoulent facilement.

La viscosité permet de faire la distinction entre un fluide parfait et un fluide réel. Dans le cas des fluides parfaits, on considère que l'écoulement se déroule sans perte d'énergie. Dans un fluide réel, il existe des forces dites de Viscosité. Elles sont dues à des frottements qui existent entre les couches de vitesses différentes et sur les parois. Ce phénomène est une caractéristique de la matière, quel qu'en soit l'état physique; gazeux 'G', liquide 'L' ou à la limite solide 'S'. Elle intervient fréquemment dans les équations de la mécanique des fluides. Elle traduit, en bref, la résistance d'un fluide à l'écoulement; car elle ralentit le mouvement du liquide au voisinage des parois.

1. La viscosité

La viscosité peut être définie comme la résistance d'un fluide à l'écoulement lorsqu'il est soumis à une force. Elle peut être considérée comme le frottement interne qui résulte du glissement d'une couche de fluide sur une autre couche. Un liquide très visqueux est un liquide qui présente un frottement interne élevé. C'est-à-dire, les fluides de grande viscosité à l'écoulement et les fluides de faible viscosité s'écoulent facilement. Selon leurs viscosités, les écoulements sont classés dans deux types, l'écoulement laminaire et l'écoulement turbulent.

Par exemple : L'eau, l'huile et le miel coulent différemment (Voir Fig.V.1) ; l'eau coule vite, mais avec des tourbillons, le miel coule lentement, mais de façon bien régulière.

Figure .V.1. Ecoulement de l'eau et du miel [1].

Unité :

SI : Pascal seconde (Pa.s) ou Poiseuille (Pl); 1 Pa.s = 1 Pl = 1 $kg.m^{-1}.s^{-1}$.

CGS : Poise (Po); 1 Pl = 10 Po.

3. Ecoulement laminaire

L'écoulement est dit **laminaire** (du mot lame) s'il se fait sous forme de lames parallèles glissant les unes sur les autres et leurs vecteurs vitesses de déplacement restent parallèles par rapport à la direction de l'écoulement (**Figure.V.2**).C'est-à-dire, dans ce cas toutes les particules se déplacent dans une direction parallèle au sens général de l'écoulement, ce qui veut dire que toutes les vectrices vitesses individuelles sont parallèles entre eux et parallèles à la vectrice vitesse moyenne.

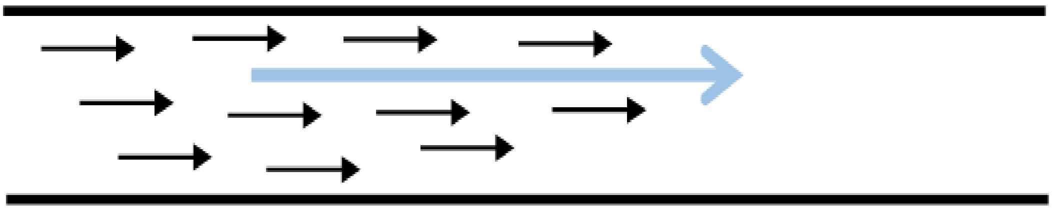


Figure. V.2. Ecoulement laminaire

4. Ecoulement turbulent :

Dans ce type d'écoulement les vecteurs vitesses des particules de fluides ont des orientations aléatoires par rapport à la direction de l'écoulement, c'est-à-dire Les vectrices vitesses peuvent prendre toutes les directions, ce qui se traduit par l'apparition de tourbillons, mais la résultante de ces vitesses reste malgré tout dirigée dans le sens global de l'écoulement.

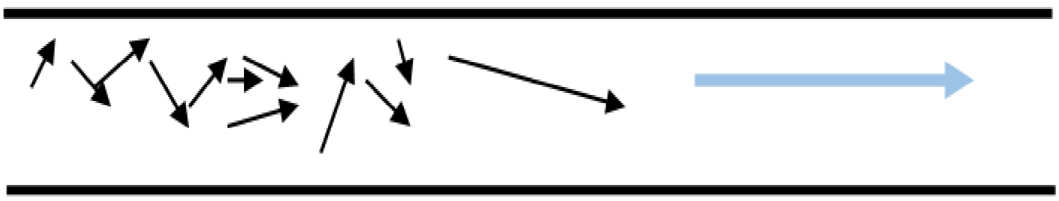


Figure .V.3. Ecoulement turbulent

Il existe un troisième régime, c'est le régime transitoire (ou intermédiaire) qui représente le régime de transition entre l'écoulement laminaire et turbulent.

5. Le nombre de Reynolds

La détermination du régime d'écoulement est par le calcul d'un paramètre sans dimension appelé nombre de Reynolds $R_{e\ et}$ donné par la formule suivante :

$$\mathbf{R_e} = \boldsymbol{\rho}\frac{\boldsymbol{v}\ \mathbf{D}}{\boldsymbol{\eta}}$$

Ou bien en fonction de la viscosité cinématique $\vartheta = \frac{\eta}{\rho}$ comme suit :

$$\mathbf{R_e} = \frac{\boldsymbol{v}\ \mathbf{D}}{\boldsymbol{\vartheta}}$$

Où : $\boldsymbol{\rho}$ est la masse volumique du fluide en kg m^{-3}.

$\boldsymbol{v}$ est la vitesse d'écoulement en m s^{-1}.

D est le diamètre du canal en m.

η est la viscosité dynamique du fluide en kg m^{-1} s^{-1}.

$\boldsymbol{\vartheta}$ est la viscosité cinématique en m^2s^{-1} (SI) (CGS : Stokes (St). $1m^2/s$ = 104 St.)

Le nombre de Reynolds est une grandeur adimensionnelle.

Notons que le passage d'un type d'écoulement à un autre se fait progressivement.

O. Reynolds en 1883 a observé expérimentalement que pour une conduite de forme cylindrique la transition entre les régimes d'écoulement se fait comme suit :

a. Si le nombre de Reynolds $R_e < 2000$, l'écoulement est laminaire.

b. Si le nombre de Reynolds $2000 < R_e < 3000$, l'écoulement est intermédiaire.

c. Si le nombre de Reynolds $R_e > 3000$, l'écoulement est turbulent.

Exemple :

Dans les conditions normales ou la vitesse du sang v = 30 ms^{-1}, le diamètre de l'aorte D =2 cm, la viscosité η_{sang}=4. 10^3kg $m^{-1}s^{-1}$ et la masse volumique ρ_{sang}= 1.04 g.cm^{-3}, on trouve le nombre de Reynolds R_e= 1560 < 2000, ce qui indique que le régime d'écoulement du sang est laminaire.

6. Résistance à l'écoulement et mesures de la viscosité

6.1. Résistance à l'écoulement:

On définit la résistance à l'écoulement par la grandeur R_e :

$$R_e = \frac{8\eta L}{\pi R^4} = \frac{128\eta\, L}{\pi D^4} \quad \text{avec} \quad D=2R$$

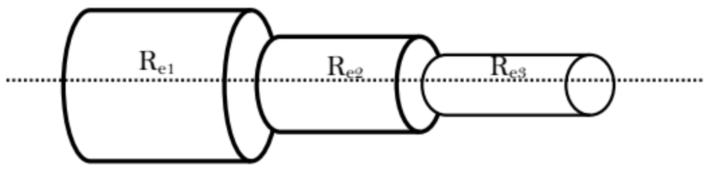
Ou bien

$$R_e = \frac{\Delta P}{Q_v}$$

On distingue deux cas :

a. Système de conduites en séries :

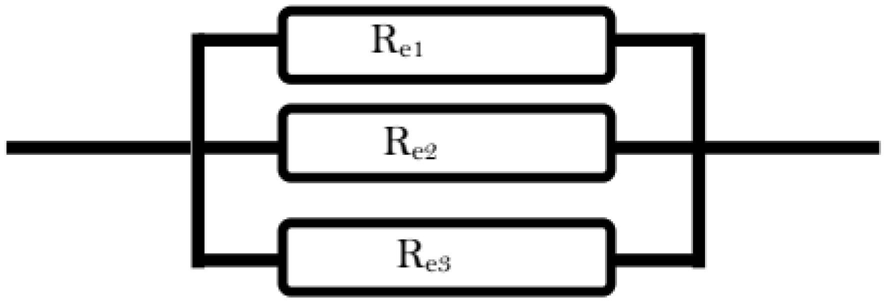
Dans ce cas la résistance à l'écoulement R_e est la somme des résistances à l'écoulement de chaque partie de rayon R_i (voir Figure).



$$\boldsymbol{R_e = \sum_{i=1}^{n} R_{e_i} = R_{e_1} + R_{e_2} + R_{e_3} + \cdots \ldots \ldots + R_{e_n}}$$

b. Système de conduites en parallèles :

Dans ce cas l'inverse de la résistance à l'écoulement R_e est la somme des inverses des résistances à l'écoulement de chaque partie de rayon Ri (voir Figure).



Dans le cas d'un système d'écoulement en parallèles la résistance totale à l'écoulement est donnée par :

$$\boldsymbol{\frac{1}{R_e} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{R_{e_i}} = \frac{1}{R_{e_1}} + \frac{1}{R_{e_2}} + \frac{1}{R_{e_3}} + \cdots \ldots \ldots + \frac{1}{R_{e_n}}}$$

6.2. Mesures de la viscosité :

Il existe plusieurs méthodes pour mesurer la viscosité d'un fluide, nous citons le viscosimètre d'Ubbeloh de ou d'Ostwald (loi de poiseuille), le viscosimètre rotatif ou viscosimètre de Couette et le viscosimètre à chute de bille.

6.2.1. Viscosimètre à chute de bille (Basé sur la loi de Stocks)

Le principe du viscosimètre à chute de bille (Viscosimètre d'Hoppler) est basé sur la mesure de la vitesse limite de chute $\boldsymbol{v}$ d'une bille de rayon **r** et de masse volumique $\rho_{\mathbf{bille}}$ dans un liquide de masse volumique $\rho_{liquide}$, suffisamment visqueux pour que cette vitesse soit faible et soit dans le domaine d'application de la loi de Stokes. La bille est lâchée avec une vitesse initiale nulle ($v_{\text{ initiale}}$= 0 m/s) dans un liquide visqueux de viscosité dynamiqueη. Au début, la bille est animée d'un mouvement uniformément accéléré, et au bout de quelques centimètres, la résistance est égale et opposée au poids, le mouvement devient rectiligne et uniforme (la vitesse de la bille devient constante).

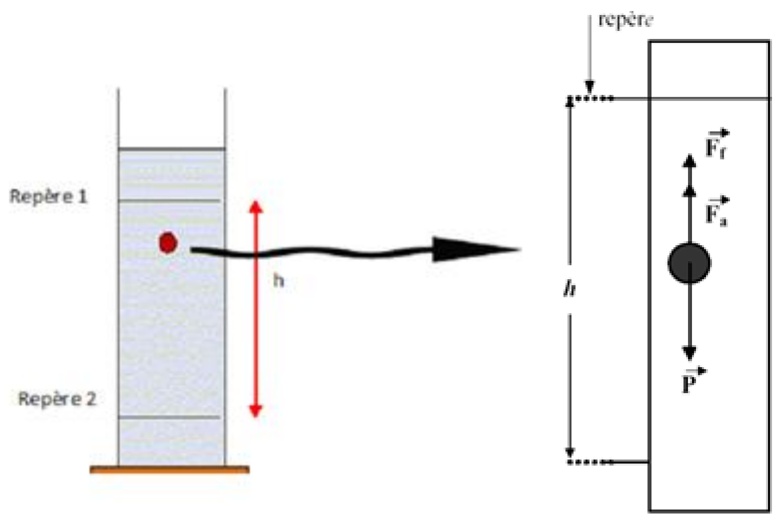


Figure. V.4. Viscosimètre d'Hoppler [4]

Les trois forces appliquées à la bille, lors de la chute, sont les suivantes (voir Figure .V.4) :

1. La poussé d'Archimède : $\left|\overrightarrow{F_a}\right| = \frac{4}{3}\pi r^3 g\rho_{liquide}$

2. La force de viscosité (force de Stokes) : $\left|\overrightarrow{F_f}\right| = 6\pi\eta r v$

3. Le poids : $\left|\vec{P}\right| = \frac{4}{3}\pi r^3 g\rho_{bille}$

Avec :

ρ liquide et ρ bille sont les masses volumiques, respectivement du liquide et de la bille en kg m^{-3}.

η: est le coefficient de viscosité dynamique du liquide en Pa.s.

h: est l'hauteur de chute en m.

v: est la vitesse de la bille en ms^{-1}.

r : est le rayon de la bille en m.

g: est l'accélération de la pesanteur en m s^{-2}.

Appliquant le principe fondamental de la dynamique à la bille :

$$\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m\,\frac{d\vec{v}}{dt}$$

Alors :

$$\overrightarrow{F_a} + \overrightarrow{F_f} + \vec{P} = m\,\frac{d\vec{v}}{dt}$$

Par projection :

$\frac{4}{3}\pi r^3 g\rho_{bille} - \frac{4}{3}\pi r^3 g\rho_{liquide} - 6\pi\eta r v = m\frac{dV}{dt}$ ……………..(V.1)

Au bout de quelque centimètre, le mouvement de la bille devient rectiligne uniforme, ce qui implique que : $\frac{dV}{dt} = 0$

Et l'équation (V.1) permis d'exprimer la viscosité dynamique par la formule:

$$\eta = \frac{2r^2 g}{9\,v}(\rho_{bille} - \rho_{liquide})$$

Pratiquement, pour mesurer le coefficient de viscosité dynamiqueη, il faut d'abord mesurer le temps t de chute de la bille sur une distance h (voir Figure V.4) puis calculer sa vitesse $v = h/t$ et injecter la valeur obtenue de *v* dans la relation.

6.2.2. Viscosimètre d'Ostwald (Basé sur la loi de Poiseuille)

L'appareil comporte :

- Un capillaire bien calibré.

- Une ampoule A portant deux repères R_1 et R_2.
- Un réservoir en U contenant le liquide étudié.

On aspire le liquide jusqu'à R_1 et on mesure la durée Δt qu'il met pour s'écouler jusqu'au repère R_2. Ce temps d'écoulement est proportionnel à la viscosité dynamique du liquide et inversement proportionnel à la pression motrice. On montre que K étant une constante caractéristique de l'appareil. Les constructeurs délivrent avec chaque tube, un certificat d'étalonnage où intervient plutôt K : $\boldsymbol{\eta = K.\rho.t}$.

On mesure la durée d'écoulement t d'un volume V de liquide à travers un tube capillaire. On montre que la viscosité cinématique υ est proportionnelle à la durée d'écoulement t par : **υ = K Δt**

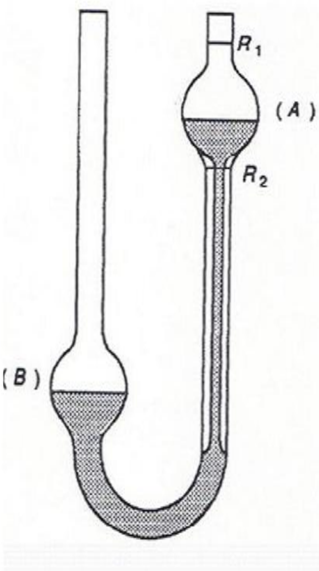


Figure.V.5. Viscosimètre d'Ostwald [3].

La constante K de l'appareil est donnée par le constructeur du viscosimètre [12].

Le principe de l'appareil consiste à faire écouler de l'eau, dont on veut mesurer la viscosité, à travers un tube capillaire avec une vitesse débitante assez petite pour que la loi de Poiseuille puisse s'appliquer :

$$Q = \frac{\pi R^4 \Delta P}{8\eta\ L}$$

Q : Débit volumique (Q= v/t)

Δp : Différence de pression entre l'entrer et la sortie du tube.

Δp/L : La chute de pression par unité de longueur (gradient de pression), qui est due à la viscosité.

R : le rayon du tube capillaire.

Remarque :

$$\Delta P = \frac{8\eta\ L\ Q}{\pi R^4}$$

Δp (appelée pertes de charge) représente l'énergie nécessaire à l'écoulement du liquide.

6.2.3. Viscosimètre rotatif ou viscosimètre de Couette

Un récipient cylindrique tourne autour de son axe de rotation. Il contient le liquide visqueux et un cylindre plein. Ce cylindre, mobile sur son axe de rotation, est entraîné par le fluide. Cependant un ressort fixé sur ce cylindre le tient en équilibre.

On montre que la viscosité dynamique n est proportionnelle à l'angle de rotation : $\boldsymbol{\eta = K\,\alpha}$

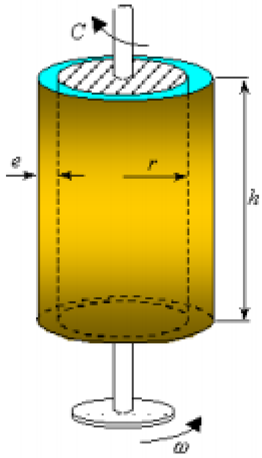


Figure.V.5. Viscosimètre rotatif

L'angle α est d'autant plus grand que la viscosité du liquide placé entre les deux cylindres est plus grande.

7. Application : mesure de la vitesse de sédimentation

Mesure de la vitesse de sédimentation dans le cas ou les particules (globules rouges) sont soumises à la pesanteur g ensuite à une accélération centrifugeγ. Le sang peut être considérée comme une suspension de globules rouges (ou hématies) dans le plasma de viscosité η=1.46 10^{-3} Pa.s qui sont soumises à la pesanteur g. Les globules rouges seront considérés comme sphériques de rayon moyen r=2.7 µm. La masse volumique des globules rouges ρ_0= 1100 kg/m^3, La masse volumique du plasma ρ_1= 1020 kg/m^3, g=9.8 m/s^2.

En utilisant la formule de Stokes on obtient la vitesse de sédimentation de ces globules rouges:

$$v = \frac{2r^2 g}{9\ \eta}(\rho_0 - \rho_1)$$

$$v = \frac{2(2.7.10^{-6})^2 9.8}{9\ 1.46.10^{-3}}(1100 - 1020) = 0.87\mu m.s^{-1}$$

Soit environ une vitesse de 3.14 mm/h

Dans le cas ou l'accélération de la pesanteur g est substituée par une accélération centrifugeγ. Cette force centrifuge doit être suffisante pour négliger les phénomènes de diffusion dus à l'agitation thermique et au gradient de concentration crée.

Soit une molécule de masse m, située à la distance x du rotor tournant à la vitesse angulaire constante w=2πN.

La particule est soumise à :

La force centrifuge $\mathbf{F_c=m_a\,\gamma= m_a\,w^2}$

- Ou ma est la masse apparente de la particule dans son milieu, égale à sa masse réelle diminuée de la masse associée à la poussée d'Archimède.

$$m_a = m - m' = m\left(1 - \frac{m'}{m}\right) = m(1 - \frac{\rho_0}{\rho})$$

$$F_c = m(1 - \frac{\rho_0}{\rho})xw^2$$

La force de frottement $F = f\ v$ avec f : coefficient de friction.

Le régime permanent est atteind lorsque la force de frottement équilibre la force centrifuge F_c= F

$$F_c = m\left(1 - \frac{\rho_0}{\rho}\right)xw^2 = fv \Rightarrow \frac{\left(1 - \frac{\rho_0}{\rho}\right)}{f} = \frac{v}{xw^2}$$

Ce rapport ne dépend que de la nature de la particule et du milieu dans laquelle elle baigne, il définit la constante de Svedberg S et s'exprime en seconde (s) ou en Svedberg(S) tel que :1S=10^{-13} s.

La condition de régime permanent s'écrit:

$$S\,w^2x = v = \frac{dx}{dt}$$

$$\int \frac{dx}{x} = S\,w^2\,dt$$

$$\ln\frac{x_2}{x_1} = S\,w^2\,(t_2 - t_1)$$

Durant le temps Δt d'ultracentrifugation, l'abscisse de la particule x varie de x_1 à x_2.

$$S = \frac{\left(1-\frac{\rho_0}{\rho}\right)}{f} \text{ avec } f = \frac{k_B\,T}{D} = \frac{R\,T}{N_A\,D}$$

Ou D est le coefficient de diffusion de la molécule et N_A est le nombre d'Avogadro. Sachant que la masse molaire est donnée par cette équation M=N m. En remplacent l'expression de m dans l'équation de la constante de Svedberg

On obtient :

$$M = \frac{R\,T}{\left(1 - \frac{\rho_0}{\rho}\right)} \cdot \frac{S}{D}$$

La mesure expérimentale de S par ultracentrifugation et la connaissance du coefficient de diffusion D permettent de déterminer la masse molaire moléculaire de la macromolécule.