

## **II. Forces électromotrices (f. e. m.) dans les machines à courant alternatif**

**Par Pr Taibi Soufiane**

## II FEM dans les enroulements des machines à courant alternatif

### II.1 Création d'une f.e.m. sinusoïdale

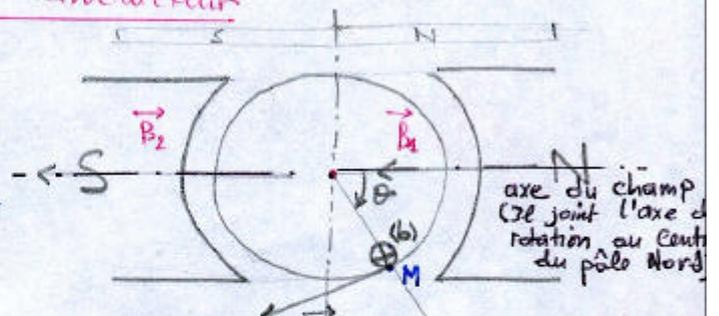
Dans une machine à courant continu la force électromotrice d'un brin d'induit est alternatif et le collecteur est un organe redresseur électromécanique. La suppression du collecteur permet d'obtenir un générateur de f.e.m. alternatives. (ALT monophasé).

mais avec un ALT le but est différent de celui d'une MCC on lui impose :

- ① de créer de f.e.m. sinusoïdales et non simplement alternatives
- ② d'être polyphasé (principalement triphasé).

### II.2 la F.e.m. dans un Conducteur

Dans le système de la figure ci-contre le brin (b) de longueur  $l$  est orienté par convention d'avant en arrière du plan de la figure.



L'induction magnétique  $\vec{B}$  est  $> 0$  sous le pôle Nord (cas  $\vec{B}_2$  de la figure)  
 $\vec{B}$  est  $< 0$  sous le pôle Sud (cas  $\vec{B}_1$  de la figure)

La f.e.m.  $e$  engendrée dans le brin (b) s'écrit :

$$|e| = |B_r| \cdot l \cdot v$$

$B_r$  : Composante radiale de l'induction

$l$  : longueur du brin  $b$

$v$  : vitesse linéaire (périphérique)

$e > 0$  sous le pôle nord

$e < 0$  sous le pôle sud

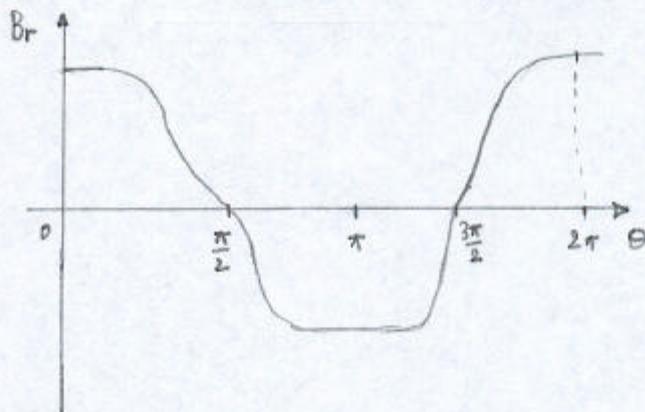
Remarque : lorsque  $\vec{B}_r$  est dirigée vers le centre  $\Rightarrow B_r > 0$   
 , sort du centre  $\Rightarrow B_r < 0$

Si la vitesse  $v$  est constante  $\Rightarrow e$  est proportionnelle à  $B_r$ .

La f.e.m. engendrée dans un brin, au cours d'une rotation unique est proportionnelle à la composante radiale de l'induction magnétique

5  
 $B_r$  la composante radiale de  $B$  dépend de la position du point  $M$  donc de l'angle  $\theta$ .

Pour une rotation  
 Uniforme :  $\theta = \Omega t$



$$B_r = f(\theta)$$

Le même graphe représente la variation de la f.e.m d'un brin en fonction du temps.

La loi de variations de la f.e.m en fonction de  $t$  est la même que la loi de variations de  $B_r$  en fonction de l'angle  $\theta$ .

Remarque: Le brin (b) lit l'induction  $B_r$  au cours de son déplacement. Pour que la f.e.m  $e$  soit sinusoïdale il faut que  $B_r$  soit fonction sinusoïdale de  $\theta$ .

• Nombre de paire de pôles

Pour réaliser une f.e.m sinusoïdale :

$$e = E_m \cos(\omega t) \quad \left\{ \begin{array}{l} \omega: \text{ pulsation de la f.e.m [rad/s]} \\ E_m: \text{ valeur maximale de la f.e.m [volt]} \end{array} \right.$$

Il faut :  $B_r = E_m / l v \cdot \cos(\omega t)$

$$t = \frac{\theta}{\Omega} \quad \Omega: \text{ vitesse de rotation du conducteur [rad/s]}$$

$$\Rightarrow B_r = \frac{E_m}{l v} \cdot \cos\left(\frac{\omega}{\Omega} \cdot \theta\right)$$

Lorsque on effectue un tour complet,  $\theta$  varie de  $2\pi$  radians on doit retrouver la même valeur de  $B_r$  donc le rapport  $\frac{\omega}{\Omega}$  doit être impérativement entier.

On désigne par  $P$ , le nombre de paire de pôles, le rapport

$$P = \frac{\omega}{\Omega}$$

Si on pose  $\frac{E_m}{l v} = B_{rm}$  alors :  $B_r = B_{rm} \cos p\theta$   
 $\omega = p \Omega$

On remarque la dernière relation que lors d'une rotation complète  $\theta$  varie de  $2\pi$  radians, le bras (b) rencontre  $p$  plages où  $B_r$  est positive et  $p$  plage où  $B_r$  est négative. La machine est dite multipolaire à  $p$  paires de pôles.

Pour une pulsation  $\omega$  fixée la vitesse de rotation  $\Omega$  vaut  $\frac{\omega}{p}$ . Plus  $p$  est élevé plus la machine tourne lentement.

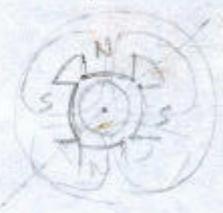
• Angle électrique

- On désigne par double pas polaire (dpp) l'ensemble d'un pôle Nord et un pôle Sud. (Nbr de dpp  $\neq$  Nbr de paires de pôles  $p$ ).
- La période  $T$  de la  $f = m$  est égale au temps mis par le bras (b) pour parcourir un dpp. (time pour parcourir une paire de pôles).
- Un double pas polaire correspond à un tour électrique

Nous pouvons donc écrire la relation liant l'angle électrique  $\theta_e$  et l'angle mécanique (géométrique)  $\theta$ .

$\theta_e = p \theta$

La relation précédente devient :  $B_r = B_{rm} \cdot \cos \theta_e$

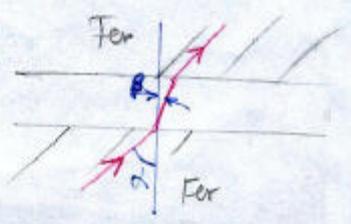


• Champ à répartition radiale et sinusoïdal

Lorsque la perméabilité relative  $\mu_r$  de matériaux est très élevée, les lignes de champ dans l'entrefer auront une disposition particulière. (Fig).

$\beta$  est très petit quelque soit la valeur de  $\alpha$

Théorème:  
Une ligne d'induction traverse radialement l'entrefer à la séparation de deux milieux si  $\mu_r \gg 1$ .



Les lignes de champ prennent prennent une direction dans l'air suivant le normal à la surface de séparation. (théorème de réfraction de la lumière de champ).

Dans de telles conditions on dit que le champ est à répartition radiale, cela nous amène à confondre  $B$  et  $B_r$  ( $B \approx B_r$ ).

La relation précédente peut s'écrire donc :

$$B = B_m \cos \theta_c$$

lorsque on écrit l'induction sous cette forme on dit que le champ est à répartition radiale et sinusoidal.

- Lorsque l'induction est distribuée partout dans l'entrefer on dit que le champ est uniforme.

Remarque : lorsque l'entrefer de la structure est variable l'induction magnétique ou les lignes de champ magnétiques se concentrent dans les régions où l'entrefer est le plus faible. Dans ces conditions la répartition de l'induction n'est plus uniforme et on ne peut, dans le cas, écrire la relation précédente.

### II-3 Fem induite dans un cadre (spire).

Soit un cadre dans un champ uniforme  
L'angle entre les deux brins ( $b$ ) et ( $b'$ ) est  
 $\theta$  radians, ce qui veut dire qu'un brin est  
dans un pôle Nord et l'autre dans un pôle sud.

Les fem sur les brins sont égales et de signes  
contraire.

$$e_b = -e_{b'}$$

$$e_{\text{spire}} = e_s = e_b - e_{b'} = 2e_b.$$

$R$ : le rayon de la spire  $\Rightarrow v = R \cdot \Omega_e$  ( $\Omega_e$  vitesse électrique).  
 $\Omega_e = \omega$

$$e_s = 2 \cdot B \cdot l \cdot v$$

$$= \underbrace{2 \cdot l \cdot R \cdot \Omega_e}_S \cdot B_m \cos \theta_e$$

Remarque:  $2 \cdot R \cdot l =$  surface de la spire, on la note  $S$ .

$$\Rightarrow e_s = S \cdot \Omega_e \cdot B_m \cdot \cos \theta_e$$

flux embrassé par la spire.

$$e = B \cdot l \cdot v = B \cdot l \cdot \frac{\Delta x}{\Delta t} = B \cdot l \cdot R \cdot \frac{\Delta \theta}{\Delta t} = B \cdot \Delta$$

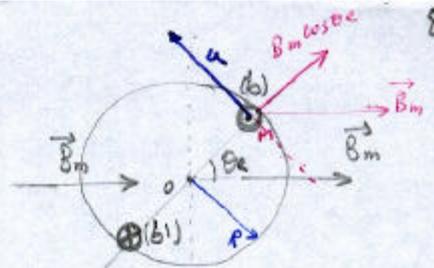
$$\bullet l \Delta x = \Delta S$$

$$\bullet B \Delta S = \Delta \phi \Rightarrow e = \frac{\Delta \phi}{\Delta t}$$

Remarque:

si la spire est fermée sur une résistance  $r$ , la fem induite  
fera circuler un courant  $i$ .

L'interaction de ce courant avec le champ magnétique aura pour  
effet de produire une force mécanique qui s'oppose au mouvement  
de la spire.



Remarque: Les sens des courants  
dans les conducteurs  
s'opposent.

## II.4 Flux embrassé par la spire

9

$$\phi = B_s \cdot S$$

S: surface de la spire

$\phi$ : flux embrassé par la spire

$B_s$ : Composante de l'induction perpendiculaire à la surface de la spire.

d'après la figure précédente on peut alors écrire:

$$\phi = B_m \sin \theta_c \cdot S$$

avec  $S = 2 \cdot R \cdot l$

$$\theta_c = p\theta$$

$$\theta = \Omega_c t \quad \Rightarrow \quad \theta_c = \underbrace{p}_{\Omega_c = \omega} \Omega_c t = \Omega_c \cdot t = \omega t$$

$$\Rightarrow \phi = 2 \cdot R \cdot l \cdot B_m \cdot \sin(\Omega_c t)$$

$$\text{On en déduit : } \frac{d\phi}{dt} = \underbrace{2 \cdot R \cdot l \cdot B_m \cdot \Omega_c}_{e_s} \cos(\theta_c)$$

On retrouve bien  $e_s = \frac{d\phi}{dt}$ . Loi de Faraday.

Comme la cause de  $e_s$  est l'increase de  $\phi$  alors d'après Lenz, chaque conséquence s'oppose à la cause qui lui donne naissance alors on écrit:

$$e_s = - \frac{d\phi}{dt}$$

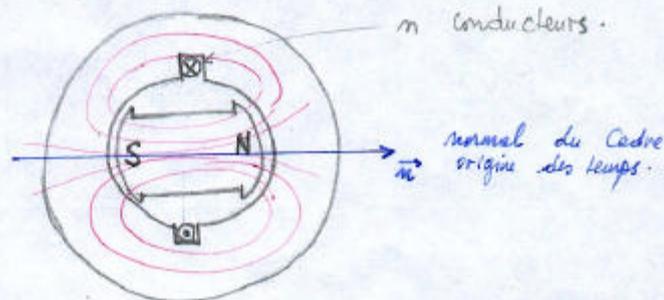
## II.5

### Fem induite dans une bobine

Soit un enroulement de  $n$  spires ( $2n$  conducteurs) logés dans deux encoches diamétralement opposées au stator

Supposons que l'induction magnétique soit créée par un rotor mobile tournant à une vitesse  $\omega$ .

On peut alors écrire la fem totale induite dans l'enroulement.





$$e = n \cdot 2 \cdot l \cdot B_{\text{m}} \cdot \omega \cdot \cos \omega t$$

$$E_{\text{eff}} = \frac{n \cdot 2 \cdot l \cdot B_{\text{m}} \cdot \omega}{\sqrt{2}}$$

valeur efficace de la f.e.m.

$$= \frac{2\pi}{\sqrt{2}} \cdot n \cdot \phi \cdot f$$

II.4 I.6

### f.e.m. dans un enroulement

Dans la structure précédente on avait une seule bobine (ou une seule phase d'enroulement massé).

Cette configuration ne pourrait être envisagée pour des machines de grande puissance car :

- Mauvaise utilisation de l'espace disponible
- Nous avons généralement besoin de générateur polyphasé (3 $\phi$ )

Solution : mettre en place plusieurs bobines de ce type.

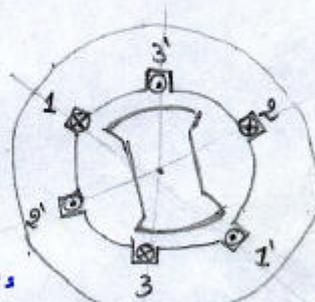
En utilisant 3 bobines décalées dans l'espace de  $120^\circ$  on obtient un ALT 3 $\phi$  (Figure)

Les différents f.e.m. ont pour expressions

$$e_1 = E \sqrt{2} \cos \omega t$$

$$e_2 = E \sqrt{2} \cos \left( \omega t - \frac{2\pi}{3} \right)$$

$$e_3 = E \sqrt{2} \cos \left( \omega t - \frac{4\pi}{3} \right)$$



- 6 encoches
- 2 pôles ( $p=1$ )
- 3 phases

On pourrait augmenter le nombre d'encoches et répartir l'enroulement dans les encoches.

Une telle disposition permet de :

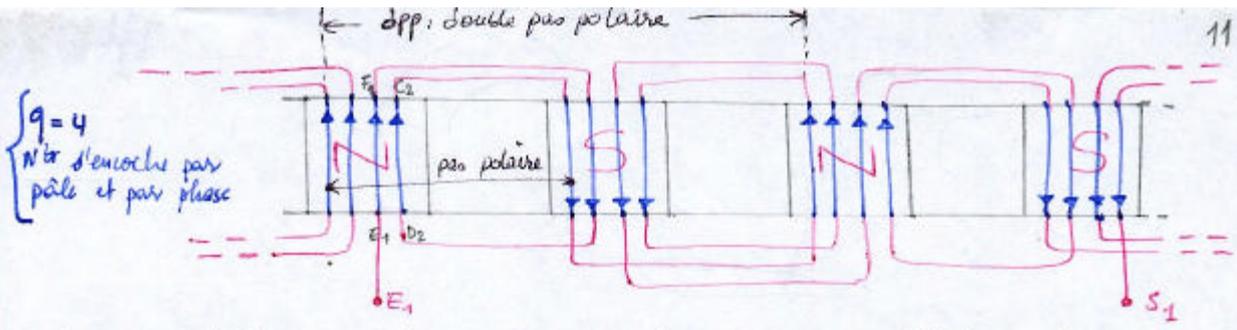
- Mieux utiliser la surface de l'armature statorique
- de rendre plus sinusoïdale la f.e.m. engendrée

Cette disposition va modifier l'expression de la f.e.m. au niveau de la valeur efficace  $E$ .

### f.e.m. réel, coefficient de bobinage

Pour distribuer un enroulement sur plusieurs encoches nous avons affaire à plusieurs organisations possibles (leurs études sera faite par la suite).  
voir TD

une organisation simple d'un enroulement est illustrée par le démontage la figure ( ) ; réalisée en bobine par pôles



Un bobinage triphasé comporte 3 fois cette figure avec un décalage d'un angle  $\frac{2\pi}{3}$  pour chaque phase.

Remarque :

- Les fem induites dans les différents brins <sup>ou spires</sup> ne sont pas toutes en phase
- Les fem des différents conducteurs ne s'ajoutent pas arithmétiquement mais géométriquement
- L'écart angulaire entre les fem induites dans au niveau de deux conducteurs successifs du même pôle est un angle mécanique (noté  $\alpha$ ).

$\alpha_e = p\alpha$ .

Conséquence :

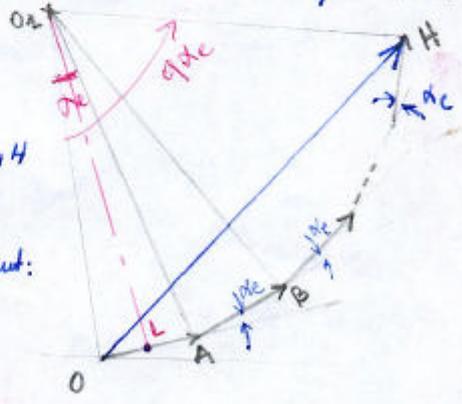
La fem résultante n'a plus la valeur efficace calculée précédemment ( $E_{eff}$ ). Cette valeur devrait être multipliée par le coefficient K dit Coefficient de distribution.

Pour un nombre d'encoches par pôle et par phase ( $q$ ) quelconque on doit, pour calculer la fem totale, faire la somme de  $q$  vecteurs (Figure).

- le déphasage entre deux vecteurs est  $\alpha_e = p\alpha$ .
- L'ensemble des extrémités A, B, ..., H est un cercle de centre  $O_1$ .

Le coefficient de distribution K vaut:

$$K = \frac{OH}{q \cdot OA} = \frac{\sin\left(\frac{q\alpha_e}{2}\right)}{q \cdot \sin\left(\frac{\alpha_e}{2}\right)}$$



Par conséquent: 
$$E_{eff} = \frac{n \cdot K \cdot 2Rl B_m \omega}{\sqrt{2}}$$
  

$$= 4,44 \cdot n \phi f$$

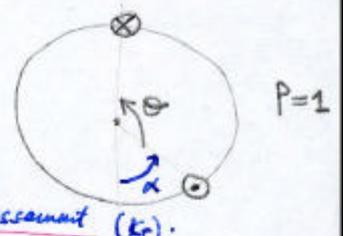
Cas particuliers:

- Il est possible d'utiliser un pas raccourci pour un enroulement. Dans ce cas deux conducteurs consécutifs ne sont pas séparés par un pas polaire mais par un angle (Figure).

$\theta = (\text{pas polaire}) - (\text{angle raccourcissement})$

$\theta = \frac{\pi}{p} - \alpha$

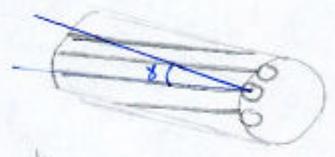
On aura un autre coefficient dit Coefficient de raccourcissement ( $k_r$ ).



$$k_r = \sin \frac{p\theta}{2} = \cos \frac{p\alpha}{2}$$

- Si l'enrouche est vue de l'axe sous un angle  $\gamma$  entre l'entrée et la sortie (il y a une torsion  $\gamma$ ) on doit faire intervenir un nouveau coefficient dit d'inclinaison ( $k_i$ ).

$$k_i = \frac{\sin \left( \frac{p\gamma}{2} \right)}{\left( \frac{p\gamma}{2} \right)}$$



E est alors égal : 
$$E = n(k \cdot k_r \cdot k_i) \cdot \frac{2 \cdot 2 \cdot 2}{\sqrt{2}} B_m \omega = \frac{n(k \cdot k_r \cdot k_i) \cdot \phi \cdot 2\pi f}{\sqrt{2}} = \underbrace{(k \cdot k_r \cdot k_i)}_{k_p} \cdot \frac{2\pi}{\sqrt{2}} n \phi f$$

On appelle  $(k \cdot k_r \cdot k_i) \frac{2\pi}{\sqrt{2}}$  coefficient de  $K_{pp}$  ( $k_p$ ) pour l'ind. fondamentale

$$k_p = 4,44 \cdot (k \cdot k_r \cdot k_i)$$