Exercice 1

En appliquant l'équation de l'hydrostatique entre les points A et C on trouve : $p_C - p_A = \rho_{eau}.g.(Z_C - Z_A)$

$$p_C = p_A + \rho_{eau}.g.(h + x)$$

En appliquant l'équation de l'hydrostatique entre les points C et D on trouve : $p_D - p_C = \rho_{mercure}.g.(Z_D - Z_C)$

$$p_D = p_C + d \cdot \rho_{eau}.g.(-h)$$

$$p_D = p_A + \rho_{eau}.g.(h + x) + d \cdot \rho_{eau}.g.(-h)$$

$$p_D = p_A + \rho_{eau}.g \cdot x + h \cdot \rho_{eau}.g.(1 - d)$$

En appliquant l'équation de l'hydrostatique entre les points D et B on trouve :

$$p_B - p_D = \rho_{eau}.g.(Z_B - Z_D)$$

$$p_B = p_D + \rho_{eau}.g.y$$

$$p_B = p_A + \rho_{eau}.g \cdot x + h \cdot \rho_{eau}.g.(1 - d) + \rho_{eau}.g.y$$

$$p_B = p_A + \rho_{eau}.g \cdot (x + y) + h \cdot \rho_{eau}.g.(1 - d)$$

$$h = \frac{p_B - (p_A + \rho_{eau}.g \cdot (x + y))}{\rho_{eau}.g.(1 - d)}$$

AN : $h = 1.272 \ m$.

Exercice 2

On a : $p_N = p_M + \rho_1.g.\,h$

Avec : $p_N = \frac{m_B \cdot g}{S_B}$, $p_M = \frac{F}{S_A}$ (le poids du cylindre A est négligeable), $\rho_1 = d.\,\rho_{eau}$

L'équation devient : $\frac{m_B \cdot g}{S_B} = \frac{F}{S_A} + d.\,\rho_{eau}.\,g.\,h \ \Rightarrow \ F = \left(\frac{m_B \cdot g}{S_B} - d.\,\rho_{eau}.\,g.\,h\right).\,S_A$

AN : on trouve pour $g = 9.81 \ m/s^2$: **F** = 377.685 N.

Exercice 3

1/- Détermination de l'intensité de la force de pression agissante sur la surface **AB** :

On a **$F = \rho.g.h_G.S$** avec $h_G = 4{,}7m$ et $S = (AB) \times 1 = 5 \ m^2$

D'où **F = 235 KN.**

- Détermination de la position de la force de pression :

On a $Z_C = \dfrac{I_{Gy}}{Z_G.S} + Z_G$ avec $I_{Gy} = \dfrac{l.(AB)^3}{12}$

D'où **Z_C = 4,77 m.**

2/- Détermination de la force totale de pression qui s'exerce sur la face inférieure **BC** du réservoir :

On a $\mathbf{F_1 = \rho.g.h_{G1}.S_1}$ avec $h_{G1} = 5{,}7$m et $S_1 = (BC) \times l = 15\ m^2$

D'où **F_1 = 855 KN.**

3/- Détermination de la force totale de pression qui s'exerce sur la face supérieure **AD** du réservoir :

On a $\mathbf{F_2 = \rho.g.h_{G2}.S_2}$ avec $h_{G2} = 3{,}7$m et $S_2 = S_1\text{-}A = 14{,}9\ m^2$

D'où **F_2 = 551,3 KN.**

4/- Détermination du poids total de l'eau dans le réservoir :

On a $\mathbf{P = \rho.g.V_T}$ avec $V_T = l \times S_1 + A \times (DE)$

D'où **P = 303,7 KN.**

Exercice 4

1) Calcul de $\|\vec{R}\|$:

$\|\vec{R}\| = P_G.S$,

On applique la RFH entre le point G et un point A à la surface de l'eau on obtient :

$P_G = \varpi.\dfrac{h}{2} + P_A$

En A, sommet du barrage, la pression de l'eau est supposé égale à la pression atmosphérique.

La surface du barrage est : $S = b.h$, donc :

$\boxed{\|\vec{R}\| = (P_{atm} + \varpi.\dfrac{h}{2}).b.h}$ A.N. $\boxed{\|\vec{R}\| = (10^5 + 9810.\dfrac{60}{2}).200.60 = 4{,}73.10^9\ N}$

2) Calcul de y_0 :

$y_0 = -\dfrac{\varpi.I_{(G,\vec{z})}}{\|\vec{R}\|}$

Le moment quadratique $I_{(G,\vec{z})} = \dfrac{b.h^3}{12}$, donc

$\boxed{y_0 = -\dfrac{\varpi.\dfrac{bh^3}{12}}{\|\vec{R}\|}}$ A.N. $\boxed{y_0 = -\dfrac{9810.\dfrac{200.60^3}{12}}{4{,}73.10^9} = -7{,}46\ m}$

Exercice 5

1) $\|\vec{R}\| = P_G.S$

Sur les parois latérales :

$\boxed{\|\vec{R_1}\| = \varpi.\frac{h}{2}.h.L_1 = \frac{1}{2}.\rho.g.h^2.L_1}$ A.N. $\boxed{\|\vec{R_1}\| = \frac{1}{2}.900.9{,}81.3^2.8 = 317844\ N}$

$\boxed{\|\vec{R_2}\| = \varpi.\frac{h}{2}.h.L_2 = \frac{1}{2}.\rho.g.h^2.L_2}$ A.N. $\boxed{\|\vec{R_2}\| = \frac{1}{2}.900.9{,}81.3^2.6 = 238383\ N}$

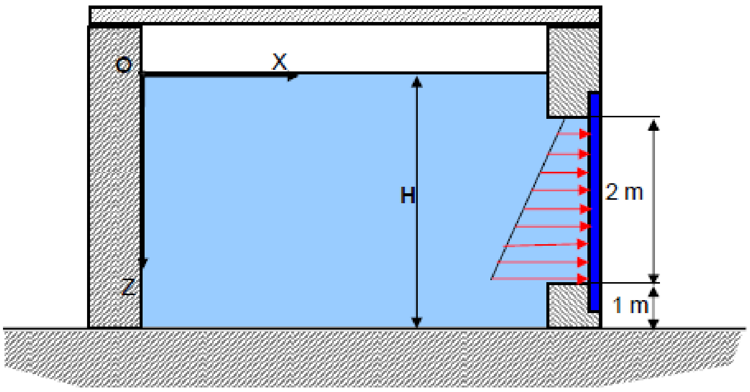
Sur le fond du réservoir :

$\boxed{\|\vec{R_3}\| = \varpi.h.L_1.L_2 = \rho.g.h.L_1L_2}$ A.N. $\boxed{\|\vec{R_3}\| = 900.9{,}81.3.6.8 = 1271376\ N}$

2) Les points d'application sont à $\boxed{\frac{h}{3} = 1\ m}$ du fond pour les faces latérales.

Exercice 6

1) Le champ de pression agissant sur le vitrage a l'allure suivante :



2) Si on néglige la pression atmosphérique, la résultante des forces de pressions :

$\vec{R} = P_G.S.\vec{X}$ avec $S = a.b$ donc $\boxed{\|\vec{R}\| = \rho.g.S.Z_g}$ A.N. $\boxed{\|\vec{R}\| = 1000.9{,}81.6.4 = 235440\ N}$

3) La profondeur Z_R du centre de poussée est donnée par l'expression suivante :

$\boxed{Z_R = \frac{I_{(G,\vec{Y})}}{Z_G.S} + Z_G}$ ou $\boxed{I_{(G,\vec{Y})} = \frac{2^3.3}{12} = 2\ m^4}$ A.N. $\boxed{Z_R = 4{,}0833\ m}$

4) Cas d'une partie vitrée de forme circulaire de diamètre d= 2 m :

$\boxed{S = \frac{\pi.d^2}{4} = 3{,}141\ m^2}$, $\boxed{I_{(G,\vec{Y})} = \frac{\pi.d^4}{64} = 0{,}785\ m^4}$

$\boxed{\|\vec{R}\| = \rho.g.S.Z_g}$ A.N. $\boxed{\|\vec{R}\| = 123252\ N}$

$\boxed{Z_R = \frac{I_{(G,\vec{Y})}}{Z_G.S} + Z_G}$ A.N. $\boxed{Z_R = \frac{0{,}785}{4.3{,}14} + 4 = 4{,}0625\ m}$