

Exercice 1 :

1) Vitesse d'écoulement V_2 ?

On applique le théorème de Bernoulli avec les hypothèses suivantes : $V_1 \approx 0$ car le niveau dans le réservoir varie lentement et $P_1 = P_2 = P_{\text{atm}}$,

$$\frac{V_2^2 - V_1^2}{2} + \frac{P_2 - P_1}{\rho} + g.(Z_2 - Z_1) = 0 \text{ On obtient :}$$

$$\boxed{V_2 = \sqrt{2.g.H}} \text{ A.N. } \boxed{V_2 = \sqrt{2.9,81.3} = 7,67 \text{ m/s}}$$

2) Débit volumique Q_v ?

$$\boxed{Q_v = V_2.S} \text{ or } S = \frac{\pi.d^2}{4} = \frac{\pi.(10.10^{-3})^2}{4} = 7,87.10^{-2} \text{ m}^2 \text{ A.N. } \boxed{Q_v = 0,6 \text{ L/s}}$$

Exercice 2 :

1) Equation de continuité : $\boxed{\frac{\pi.D^2}{4}.V_1 = \frac{\pi.d^2}{4}.V_2}$ donc la vitesse $\boxed{V_1 = \left(\frac{d}{D}\right)^2.V_2}$ (1)

2) Equation de Bernoulli : $\frac{V_2^2 - V_1^2}{2} + \frac{P_2 - P_1}{\rho} + g.(Z_2 - Z_1) = 0$

Or $P_1 = P_2 = P_{\text{atm}}$ donc : $\boxed{\frac{V_2^2 - V_1^2}{2} - g.H = 0}$ (2)

3) On substitue l'équation (1) dans (2) on obtient : $\frac{V_2^2 - \left(\frac{d}{D}\right)^4.V_2^2}{2} = g.H$

Donc la vitesse : $\boxed{V_2 = \frac{\sqrt{2.g.H}}{\sqrt{1 - \left(\frac{d}{D}\right)^4}}}$

4) Si $\left(\frac{d}{D}\right) \ll 1$ alors $\boxed{V_2 = \sqrt{2.g.H}}$ A.N. $\boxed{V_2 = \sqrt{2.9,81.3} = 7,67 \text{ m/s}}$

Exercice 3 :

1) $\frac{V_S^2}{2g} + \frac{P_S}{\varpi} + Z_S = \frac{V_A^2}{2g} + \frac{P_A}{\varpi} + Z_A$ on a : $P_S = P_A = P_{atm}$, $V_A = 0$ et $Z_A - Z_S = H$

$$V_S = \sqrt{2gH} \quad \text{A.N.} \quad V_S = \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 2,5} = 7 \text{ m/s}$$

2) Le débit volumique : $q_v = V_S \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4}$ A.N. $qv = 7 \cdot \frac{\pi \cdot 0,01^2}{4} = 5,5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s} = 0,55 \text{ l/s}$

3) Théorème de Bernoulli entre B et S : $\frac{V_B^2}{2g} + \frac{P_B}{\varpi} + Z_B = \frac{V_S^2}{2g} + \frac{P_S}{\varpi} + Z_S$

Or $V_S = V_B$, $Z_B - Z_S = H + h$ et $P_S = P_{atm}$

$$P_B = P_{atm} - \varpi \cdot (H + h) \quad \text{A.N.} \quad P_B = 10^5 - 6896 \cdot (2,5 + 0,4) = 80001,6 \text{ Pa} = 0,8 \text{ bar}$$

4) Non. Il faut que $P_B > 0$ Equivaut à $h < \frac{P_{atm}}{\varpi} - H$ A.N. $h < \frac{10^5}{9,81 \cdot 1000} - 2,5 = 12 \text{ m}$

Exercice 4 :

1) RFH entre B et B' : $P_B - P_{B'} = (Z_{B'} - Z_B) \Rightarrow P_B = P_{B'} + \rho g \cdot (Z_{B'} - Z_B)$

$$\text{A.N.} \quad P_B = 10^5 + 1000 \cdot 9,8 \cdot (2,541 - 0,5) = 120001 \text{ Pascal} = 1,2 \text{ bar}$$

2) RFH entre A et A' : $P_A - P_{A'} = (Z_{A'} - Z_A) \Rightarrow P_A = P_{A'} + \rho g \cdot (Z_{A'} - Z_A)$

$$\text{A.N.} \quad P_A = 10^5 + 1000 \cdot 9,8 \cdot (3,061 - 0) = 130007 \text{ Pascal} = 1,3 \text{ bar}$$

3) Equation de continuité : $S_A \cdot V_A = S_B \cdot V_B \Rightarrow V_B = \frac{S_A}{S_B} \cdot V_A = \left(\frac{d_A}{d_B}\right)^2 \cdot V_A \Rightarrow V_B = 4 \cdot V_A$

4) Equation de Bernoulli : $\frac{V_A^2 - V_B^2}{2} + \frac{P_A - P_B}{\rho} + g(Z_A - Z_B) = 0$ avec $V_B = 4 \cdot V_A$

$$\text{Donc} \quad V_B = \sqrt{\frac{2}{4^2 - 1} \left(\frac{P_A - P_B}{\rho} + g(Z_A - Z_B) \right)}$$

$$\text{A.N.} \quad V_B = \sqrt{\frac{2}{4^2 - 1} \left(\frac{1,3 \cdot 10^5 - 1,2 \cdot 10^5}{1000} + 9,8 \cdot (0 - 0,5) \right)} = 0,8246 \text{ m/s}$$

Exercice 5 :

1) PFD: $F + P_{atm} \cdot S_1 = P_1 \cdot S_1 \Rightarrow P_1 = \frac{4 \cdot F}{\pi \cdot d_1^2} + P_{atm}$

A.N. $P_1 = \frac{4 \cdot 62,84}{\pi \cdot 0,04^2} + 10^5 = 1,5 \text{ bar}$

2) Equation de continuité: $V_1 \cdot S_1 = V_2 \cdot S_2$

$\Rightarrow V_1 = V_2 \cdot \frac{S_2}{S_1} = V_2 \cdot \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2 \Rightarrow V_1 = \left(\frac{1}{4}\right)^2 V_2 \Rightarrow V_1 = \frac{1}{16} V_2$

3) Equation de Bernoulli : $\frac{V_2^2 - V_1^2}{2} + \frac{P_2 - P_1}{\rho} + g(Z_2 - Z_1) = 0$ or $Z_1 = Z_2$ et $P_2 = P_{atm}$

et $V_1 = \frac{1}{16} V_2$ donc $V_2 = \sqrt{\frac{512 \cdot (P_1 - P_{atm})}{255 \cdot \rho}}$

A.N. $V_2 = \sqrt{\frac{512 \cdot (1,5 \cdot 10^5 - 10^5)}{255 \cdot 1000}} = 10 \text{ m/s}$

4) $Q_v = \frac{\pi \cdot d_2^2}{4} \cdot V_2$

A.N. $Q_v = \frac{\pi \cdot 0,01^2}{4} \cdot 10 = 0,785 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 / \text{s}$

Exercice 6 :

1) Equation de continuité : $V_1 \cdot S_1 = V_2 \cdot S_2$ donc $\frac{V_2}{V_1} = \frac{S_1}{S_2} = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 = 4$

2) Equation de Bernoulli : $\frac{V_2^2 - V_1^2}{2} + \frac{P_2 - P_1}{\rho} + g \cdot (Z_2 - Z_1) = 0$ Or $Z_1 = Z_2$ et $V_1 = \frac{V_2}{4}$

Donc $V_2 = \sqrt{\frac{32 \cdot (P_2 - P_1)}{15 \cdot \rho}}$ A.N. $V_2 = \sqrt{\frac{32 \cdot 2,875 \cdot 10^5 - 10^5}{15 \cdot 1000}} = 20 \text{ m/s}$