Université de Batna2 **2019/2020**

Faculté de Mathématiques & Informatique **L2 SAD**

Département de Mathématiques. **Analyse des Données**

Série de TD

Exercice 1. .

1- Calculer $< X, X >_{D_p} = {}^tX D_p X$ *telque* $X_{(n,p)}$ *est une matrice de* n *individus et de* p *variables et* D_p *est la matrice orthogonale*

$$D_p = \begin{pmatrix} p_1 & & & 0 \\ & . & & \\ & & . & \\ & & & . \\ 0 & & & p_n \end{pmatrix}$$

2-Deduire le type de la matrice obtenue.

Exercice 2. *Soit* $\alpha \in R$, *on muni* R^p *de la metrique usuelle (*I_p *identité)*

1- Determiner α *pour que les vecteurs suivants soient normés*

$$y_1 = \begin{pmatrix} 2\alpha \\ \alpha \\ 3\alpha \end{pmatrix}; \quad y_2 = \begin{pmatrix} \alpha \\ -2\alpha \\ -\alpha \\ 2\alpha \end{pmatrix}; \quad y_3 = \begin{pmatrix} 3\alpha \\ 0 \\ 0 \\ 2\alpha \\ 4\alpha \end{pmatrix}$$

2- Determiner α*,telleque les vecteurs* x_1 *et* x_2 *suivant soient orthogonaux.*

$x_1 = {}^t(1, 3, 5, 7)$, $x_2 = {}^t(2, 4, 6, \alpha)$.

Exercice 3. .

I)

1- Calculer les valeurs propres et les vecteurs propres associe à la matrice A

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 3 \\ 2 & -2 & -2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$$

2-Verifier que $tr(A)$ *= somme des valeurs propres.*

II) Calculer les vecteurs propre de A

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$$

Soit $p = (u_1, u_2)$ u_i *est le vecteur propre de* A

$$\Lambda = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{pmatrix}$$

λ_i *est la valeur propre associe à* u_i.

- Verifier que $A = P^{-1}\Lambda P$.

Exercice 4. ***(A.F.G)***

Soit le tableau suivant

$$X = \begin{pmatrix} \frac{7}{2} & -\frac{3}{2} & 0 & 0 \\ -\frac{3}{2} & \frac{7}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$$

1-Donner l'espace des individus et l'espace des variables.

2- Sur quel espace est-il préferable de se placer.

3-Donner la matrice à diagonaliser.

4-Calculer les valeurs propres et les vecteurs propres normés de cette matrice à diagonaliser.

5-Determiner les axes factoriels.

6-Donner les projections des individus et des variables sur le 1^{er} *axe factoriel.*

7- Reconstituer le tableau.

8-Determiner la dimension du nouveau tableau réduit.

Exercice 5. ***(A.C.P)***

Soit

$$X = \begin{pmatrix} 2 & -3 & -5 \\ -2 & 2 & 0 \\ 0 & 4 & 2 \\ 4 & 0 & 2 \\ 2 & -2 & 2 \\ -6 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

1-Calculer les normes des individus et des variables.

2-Calculer $< X^j, X^l >_{D_p}$ *telque* $j \neq l$.

3-Calculer le coefficient de corrélation.

4-Donner la matrice de variance-covariance V.

5- Calculer les valeurs propres et les vecteurs propres de la matrice V.

6-Donner la projection des variables et les individus sur les axes.

7- Calculer les contributions absolues et relatives des individus et des variables.

8-Donner la dimension du nouveau tableau.

Exercice 6. *Soit le tableau des données suivant*

$$X = \begin{pmatrix} 1\,1\,1 \\ 0\,0\,1 \\ 2\,2\,0 \\ 2\,1\,0 \\ 1\,2\,2 \\ 0\,1\,1 \end{pmatrix}$$

1- Répartie le tableau en classe equiprobable.

2-Calculer le centre de gravité du tableau.

3-Calculer le centre de gravité de chaque classe.

4-Calculer la matrice variance-covariance V.

5-Calculer matrice variance-coraviance:

a) Intraclasse W

b) Interclasse B

6- Verifie que $V = W + B$.

Exercice 7. *Demontrer que :*

$$1)\ V = W + B;$$

$$2)\ Var(Z) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(Z_i - \overline{Z})^2 =^t uVu;$$

$$3)\ cov(Z, Z') =^t uVu^{'} =^t u^{'}Vu.$$