Magnétisme atomique

1. Moment magnétique

Soit un électron, de charge $q = -e$ et de masse m décrivant une orbite circulaire de rayon r à la vitesse v comme le montre la figure 1.

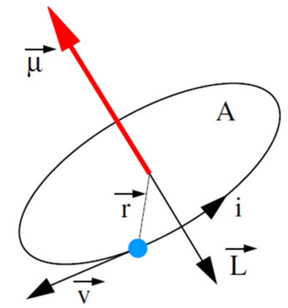


Figure 1

Le courant associé au mouvement de cette charge est :

$$i = e/T = e\, v/2\pi r \qquad (1)$$

Avec T étant la période de révolution
A cette boucle de courant est associé un moment dipolaire magnétique donné par :

$$\vec{\mu} = iA\vec{n} \qquad (2)$$

$\vec{\mu}$ est perpendiculaire au plan de la boucle et orienté selon la normale $\vec{n}$ donnée par la règle du tire-bouchon droit tournant selon i.
Comme l'électron a une charge négative, le moment dipolaire magnétique a un sens opposé au moment cinétique orbital défini par :

$$\vec{L} = \vec{r} \times m\vec{v} \qquad (3)$$

En utilisant les équations (1), (2) et (3) :

$$\mu = i\,A = \frac{e\,v}{2\pi\,r}\pi\,r^2 = \frac{e\,v\,r}{2} \qquad L = m\,v\,r \qquad \text{d'où}$$

$$\frac{\mu}{L} = -\frac{e\,v\,r}{2\,m\,v\,r} = -\frac{e}{2\,m}$$

Le rapport μ/L devient :

$$\frac{\mu}{L} = -\frac{g\,\mu_B}{\hbar} \qquad \text{avec} \quad \mu_B = \frac{e\,\hbar}{2\,m} \quad \text{et} \quad g = 1$$

$$\mu_B = \frac{e\,\hbar}{2\,m}$$ est appelé magnéton de Bohr et est égal à :

$$\mu_B = 9{,}28 \times 10^{-24}\ \mathrm{J/T} = 9{,}28 \times 10^{-24}\ \mathrm{A\,m^2}$$

Le rapport *e/2m* est appelé rapport *gyromagnétique.* $\hbar = \dfrac{h}{2\pi}$ avec h est la constante de Planck et $h = 6{,}63 \times 10^{-34}$ J · s.

2. Energie potentielle

Rappelons qu'une boucle (ou une spire) de courant, placée dans un champ magnétique subit un couple qui tend `à orienter le moment dipolaire magnétique dans le sens du champ magnétique. Ce couple résulte des forces de Laplace qui s'exercent sur la spire :

$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \wedge \vec{B}$$

Associée à ce couple qui tend à aligner le moment dipolaire magnétique avec le champ magnétique $\vec{B}$, il y a une énergie potentielle d'orientation :

$$U(\theta) = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$$

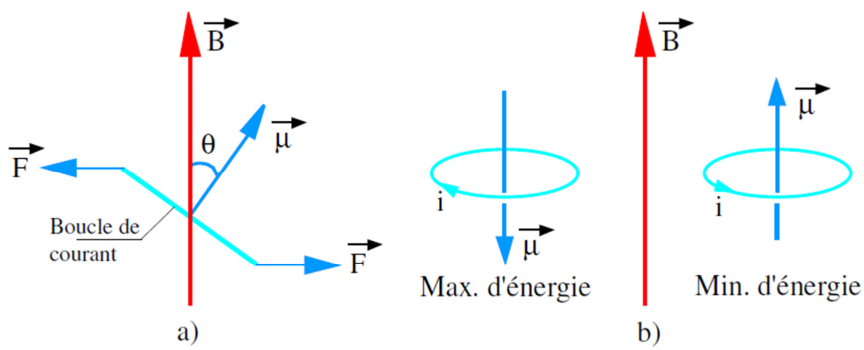


Figure 2

On peut ainsi calculer le travail qu'il faut fournir `à un dipôle magnétique initialement orienté dans le sens de $\vec{B}$ pour l'amener dans le sens opposé à $\vec{B}$.
Si μ = 1 magnéton de Bohr et B = 1 Tesla (= 10'000 Gauss, un champ produit par un bon aimant) :

$$\Delta U = 2\,\mu\,B = 2 \cdot 9,28 \times 10^{-24}\ \mathrm{A \cdot m^2 \cdot 1\ Joule/(A \cdot m^2)}$$

$$\Delta U = 1,85 \times 10^{-23}\ \mathrm{Joule} = 1,16 \times 10^{-4}\ \mathrm{eV}$$

De même, si le dipôle magnétique ´était initialement orienté dans le sens opposé à $\vec{B}$, pour qu'il soit orienté dans le sens de $\vec{B}$, il faut lui retirer une ´énergie de :

$$\Delta U = -2\,\mu\,B = -1,85 \times 10^{-23}\ \mathrm{Joule} = -1,16 \times 10^{-4}\ \mathrm{eV}$$

Ces ´énergies, bien que très petites, même `a l'´échelle atomique, doivent ˆêtre fournies ou retirées au dipôle soit par absorption, soit par émission de lumière. Inversement, sans apport (ou perte) d'´énergie de (ou vers) l'extérieur, un dipôle ne peut pas s'aligner de lui-même sur un champ magnétique ; il doit alors garder l'angle θ entre $\vec{\mu}$ et $\vec{B}$ constant : on dit qu'il précesse autour de $\vec{B}$.

3. La précession de Larmor

Dans la figure 3, $\vec{\mu}$ précesse autour de $\vec{B}$ avec :

- $\vec{\tau} = \vec{\mu} \wedge B \;\Rightarrow\; \vec{\tau}$ est perpendiculaire à $\vec{\mu}$, donc `a $\vec{L}$.
- $d\vec{L} = \vec{\tau}\, dt \;\Rightarrow\; d\vec{L}$ est parallèle à $\vec{\tau}$ et perpendiculaire à $\vec{L}$.

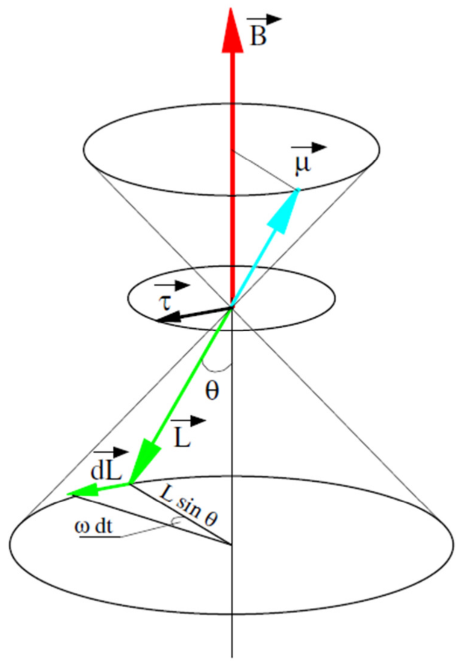


Figure 3

Dans une telle situation, l'extrémité du vecteur $\vec{L}$ a un mouvement circulaire uniforme et $\vec{L}$ a un mouvement de précession. Soit ω la vitesse angulaire de précession :

$$dL = L\,\sin\theta\,\omega\,dt \underbrace{=}_{dL = \tau dt} \mu\,B\,\sin\theta\,dt$$

$$\vec{\omega} = \frac{\mu}{L}\vec{B} = \frac{g\,\mu_B}{\hbar}\vec{B}$$

Ce mouvement de précession est appelé ***précession de Larmor***.

4. Dans un champ magnétique inhomogène

Si le champ $\vec{B}$ est uniforme dans l'espace, il n'y aura donc pas de translation du dipôle magnétique, mais seulement une précession de ce dernier.
Considérons maintenant le cas où le champ $\vec{B}$ n'est pas uniforme. Toujours pour un électron sur une orbite circulaire, considérons le cas d'un champ $\vec{B}$ convergent comme le montre la figure 4.

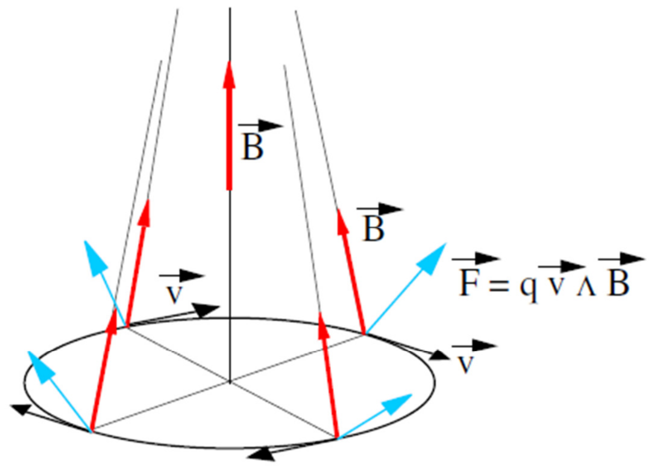


Figure 4

Quel que soit la position de l'´électron, la force de Lorentz a une composante radiale et une composante dans la direction "verticale" où le champ $\vec{B}$ est le plus intense. En moyenne, sur l'orbite, la composante radiale s'annule et la force totale est dans la direction verticale.

En chaque point de son orbite, l'électron subit une force $\vec{F}$ qui possède une composante dans la direction où le champ $\vec{B}$ devient le plus intense, c.`a.d. dans la direction où les lignes de champ se resserrent.

Nous avons vu qu'un dipôle magnétique, place dans un champ $\vec{B}$ a une ´énergie potentielle de $U = -\vec{\mu}.\,\vec{B}$. Comme le travail d'une force dérivant d'un potentiel est de :

$$dW = F_z \cdot dz = -\frac{\partial U}{\partial z} dz$$

la force selon z (vertical) qui cause le déplacement du dipôle magnétique est :

$$F_z = -\frac{\partial U}{\partial z} = \mu_z \frac{\partial B}{\partial z}$$

Avec :

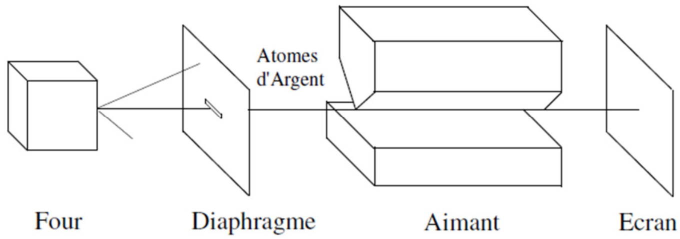
μ_z : composante selon z du moment dipolaire magnétique.

$\partial B/\partial z$ est le gradient, selon l'axe vertical du champ magnétique.

Conclusion :
Un dipôle magnétique, dans un champ magnétique non uniforme, subit une force qui cause son déplacement; cette force résulte du gradient du champ magnétique.

5. L'expérience de Stern et Gerlach

En 1922, Stern et Gerlach ont réalisé l'expérience montrée dans la figure 5 sur les atomes d'Argent.



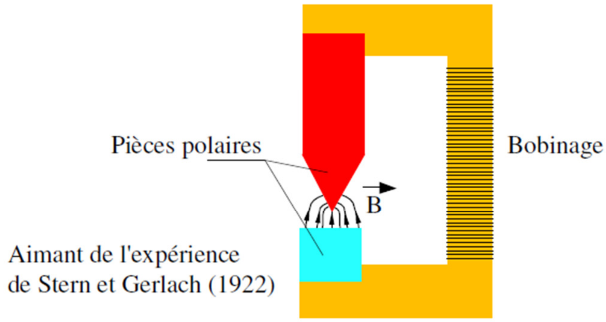


Figure 5

L'Argent est ´évapore dans un four et le faisceau d'atomes d'Ag qui en sort est neutre et est collimaté par un jeu de fentes avant d'entrer dans l'aimant. Le champ magnétique est fortement inhomogène par la forme des pièces polaires de l'électroaimant.
Nous attendons ainsi une force moyenne déviant les atomes vers le haut ou vers le bas, cette force levant ou abaissant la direction de leur moment magnétique selon la relation :

$$F_z = \mu_z \frac{\partial B}{\partial z} = \vec{\mu} \cdot [\vec{z}] \frac{\partial B}{\partial z} \qquad [\vec{z}] = \text{vecteur unité selon z}$$

En Physique Classique, on s'attend `à ce que les atomes d'Ag soient défléchis en une bande continue qui correspond `à toutes les valeurs possibles de $\vec{\mu}.\ [\vec{z}]$. (figure 6 de droite).

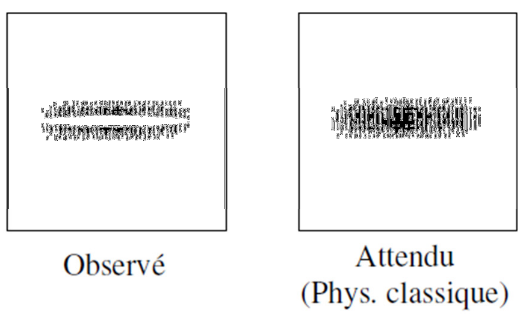


Figure 7

Stern et Gerlach ont trouvé que le faisceau d'atomes d'Ag est séparé en deux (figure 7 de gauche).

Conclusion

Le résultat de l'expérience de Stern et Gerlach montre qualitativement que la composante selon z du moment magnétique dipolaire, et, par conséquent, celle du moment cinétique, est quantifiée : l'orientation dans l'espace des atomes est quantifiée (quantification spatiale).

L'expérience a ´été refaite en 1927 par Phipps et Taylor avec des atomes d'hydrogène. Les résultats sont identiques a ceux de Stern et Gerlach. Ceci a conduit à introduire l'hypothèse qu'un ´électron possède un moment magnétique dipolaire intrinsèque, provenant du fait qu'il possède un moment cinétique intrinsèque appelé *spin*
s. Comme il n'y a que 2 taches sur l'écran de Stern et Gerlach, il n'y a que 2 valeurs possibles de la projection du spin, qui ne peuvent être que :

$$\frac{1}{2}\hbar \text{ et } -\frac{1}{2}\hbar \Rightarrow s = \frac{1}{2}.$$

Par conséquent, les projections du spin sur un axe sont :

$$s_z = \pm\frac{1}{2}\hbar.$$

6. Quantification spatiale

Ce spin obéit aux règles de quantification ´énoncées pour le moment cinétique :
De manière classique, si nous avons un ´électron orbitant autour d'un noyau, ce système, à une ´énergie donnée, aura un rayon d´exterminé, mais pourra être dans une infinité d'états différents, chacun caractérisé par une direction différente du moment cinétique$\vec{L}$, c.à.d. par une orientation différente de l'orbite, figure 8.

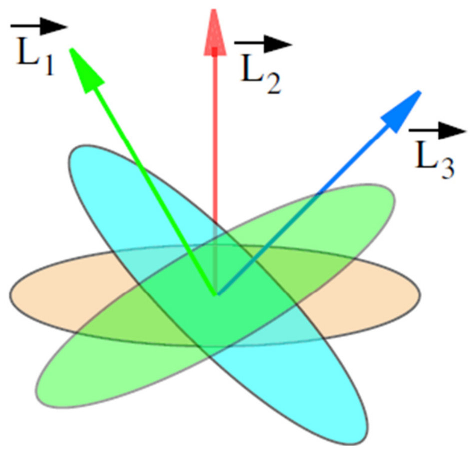


Figure 8

Conclusion
Pour une valeur donnée de | $\vec{L}$ |, c.à.d. une valeur de l'énergie, le système "électron-noyau" peut être dans une infinité d'états

Pour la Physique quantique, le nombre d´états dans lequel peut se trouver le système est limité et on ne peut pas caractériser un état par la direction du moment cinétique, mais seulement par sa projection sur un seul axe, que nous choisirons être l'axe z. Cet axe z est défini par le champ magnétique appliqué puisque c'est avec ce champ que nous pouvons déterminer μ_z via la force F_z.