REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

Université Batna2
Faculté de Technologie
Département de Génie Mécanique

TRANSFERT DE CHALEUR ET DE MASSE

« Cours pour / Licence GM »

Dr. Dalila TITOUNA
Maitre de Conférences 'A'

Introduction

Le transfert de chaleur se produit entre deux corps dont les températures sont différentes. La chaleur se déplace du corps le plus chaud vers le corps le moins chaud jusqu'à ce que les températures des deux corps soient équilibrées.
Le transfert de chaleur peut se produire de trois manières différentes :

1. **Par conduction** : La chaleur se propage de molécule à molécule, celles-ci étant supposées immobiles. Ce mode de propagation est caractéristique des corps solides, il est provoqué par une différence de température entre deux régions d'un même milieu ou entre deux milieux en contact. Dans les fluides il est pratiquement accompagné d'un autre mode de transfert qui est la convection.

   Exemple : une barre métallique dont une extrémité est plongée dans un foyer, l'autre extrémité s'échauffe progressivement.

2. **Par convection** : Ce mode de propagation est caractéristique des fluides. Les molécules en contact avec la source de chaleur s'échauffent et se dilatent, leurs densités diminuent, de ce fait elles tendent à se déplacer par gravité.

   Exemples :
   - Les courants d'air chaud au-dessus d'un radiateur.
   - La cuisson des pâtes.

3. **Par rayonnement** : le transfert de chaleur par rayonnement se produit même à basse température entre deux corps dont les températures sont différentes, ce transfert ne nécessite aucun support matériel, c'est le seul mode naturel de propagation de chaleur à travers le vide.
   Lorsque ce rayonnement électromagnétique frappe un corps quelconque, une partie peut être réfléchie, une autre transmise à travers le corps, le reste est absorbé sous forme de chaleur.

   Exemple : La chaleur du soleil.

CHAPITRE I : Transfert de chaleur par conduction

1. Loi de Fourier

Soit un corps solide, homogène et isotrope à travers lequel passe un courant unidirectionnel de chaleur. Soit une petite couche plane perpendiculaire à la direction $\boldsymbol{x}$ de propagation de la chaleur d'épaisseur dx et d'aire S à l'intérieur de ce milieu.
Les deux faces de cette couche sont des surfaces isothermes. La première est à la température T et la seconde à la température T + dT avec dT < 0 (Fig.1).

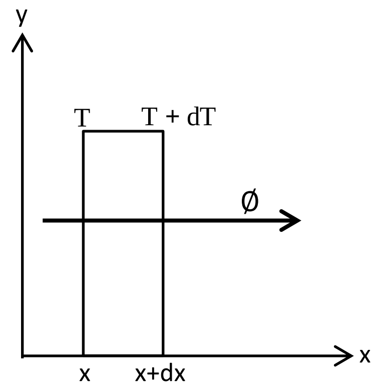

Fig.1 Conduction dans une couche élémentaire de mur plan

Le gradient de température $\frac{dT}{dx}$ est la variation de la température par unité de longueur, lorsqu'on se déplace dans la direction de propagation de la chaleur.

Le flux thermique mesuré en watt à travers une couche plane, d'aire S est :

$$\emptyset = -\boldsymbol{\lambda}.\boldsymbol{S}.\frac{\boldsymbol{dT}}{\boldsymbol{dx}}$$

La densité de flux thermique mesuré en watt/mètre carré traversant la couche est proportionnelle au gradient de température

$$\boldsymbol{\varphi} = -\boldsymbol{\lambda}\frac{\boldsymbol{dT}}{\boldsymbol{dx}}$$

Le coefficient de proportionnalité λ, est une énergie par unité de temps, par unité de longueur et par unité de différence de température, elle s'exprime en $W.m^{-1}.\ {}^{O}C^{-1}$ dans le système international. Elle dépend du matériau et de sa température.

La conductivité thermique est élevée pour les matériaux qui conduisent facilement la chaleur, elle est faible pour les matériaux qui conduisent difficilement la chaleur qui sont utilisés comme isolants.

1.1. Influence de la nature du matériau sur la conductivité thermique

La Conductivité thermique dépend du matériau (voir tableau ci-dessous) :

Matériau ($W. m^{-1}.^{O}C^{-1}$)		**Matériau ($W. m^{-1}.^{O}C^{-1}$)**	
Aluminium	**228**	Amiante	**0.16**
Cuivre	**386**	Béton	**1.7**
Fer	**85**	Brique	**1.16**
Plomb	**35**	Verre	**0.7**
Zinc	**111**	Liège	**0.046**
Acier inox	**16**	Laine de verre	**0.046**
Acier doux	**45**	Laine de roche	**0.039**
Argent	**419**	Plâtre	**0.48**
Eau	**0.6**	Air	**0.024**

On remarque que :

λ gaz < λ liquides < λ solides non métalliques < λ solides métalliques

1.2. Influence de la température sur la conductivité thermique

La conductivité thermique varie avec la température :

Pour les solides, on peut admettre, en première approximation, que les variations sont linéaires, soit : $\boldsymbol{\lambda = \lambda_0(1 + a.T)}$

où λ_0 est la conductivité thermique à 0°C et λ la conductivité thermique à T°C.

a : est une constante appelée coefficient de température du solide considéré.

- **a > 0** pour de nombreux matériaux isolants.
- **a < 0** pour la plupart des métaux et alliages (à l'exception de l'aluminium et du laiton).

Pour les liquides, la conductivité thermique diminue quand la température augmente (à l'exception de l'eau).

Pour les gaz, la conductivité thermique croît avec la température.

On remarque que :

- **La conductivité** thermique d'un mélange ne varie pas linéairement avec la composition du mélange. Il est donc impossible de prévoir la conductivité thermique d'un alliage en connaissant sa composition et la conductivité des différents éléments constituant cet alliage. Il faut donc mesurer expérimentalement cette conductivité.

- **La conductivité** thermique des matériaux poreux augmente avec leur densité et avec la température.

- **Un matériau** humide est plus conducteur de la chaleur qu'un matériau sec.

2. Conduction à travers un mur plan homogène :

Un flux thermique s'écoule par conduction à travers le mur de la face 1 vers la face 2(**T_1 > T_2**). S'il n'y a aucune perte de chaleur par les faces latérales du mur. Les lignes d'écoulement de la chaleur sont rectilignes et perpendiculaires aux deux faces isothermes 1 et 2 (Fig.2).

Grâce à la loi de conservation de la chaleur on peut écrire :
(flux de chaleur entrant par la face1)= (flux de chaleur traversant toute section intérieure parallèle aux faces 1 et 2) = (flux de chaleur sortant par la face 2)

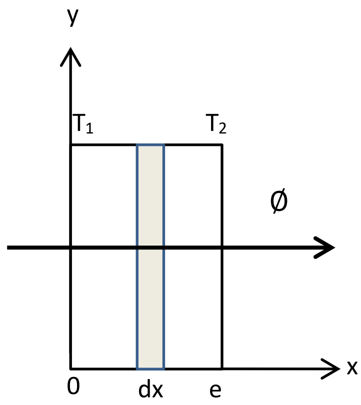

Fig.2 Conduction à travers un mur plan

2.1. Flux thermique de conduction dans un mur plan :

Le flux thermique traversant par conduction une mince couche d'épaisseur dx située à une distance x de la face 1 et dont les faces sont respectivement aux températures T_1 et T_2, est donné par la loi de Fourier :

$$\emptyset = -\lambda.S.\frac{dT}{dx}$$

$$\emptyset.dx = -\lambda.S.dT$$

après intégration on obtient le flux thermique par conduction qui traverse un mur d'épaisseur e et dont les faces sont respectivement aux températures T_1 et T_2 :

$$\emptyset.\int_0^e dx = -\lambda.S.\int_{T_1}^{T_2} dT$$

soit

$$\emptyset.e = -\lambda.S.(T_2 - T_1)$$

d'où l'expression du flux thermique :

$$\emptyset = \frac{\boldsymbol{\lambda.S.(T_1 - T_2)}}{\boldsymbol{e}}$$

La densité de flux thermique est le flux rapporté à l'unité de surface soit :

$$\boldsymbol{\varphi} = \frac{\boldsymbol{\lambda.(T_1 - T_2)}}{\boldsymbol{e}}$$

2.2. Résistance thermique de conduction d'un mur plan :

Par analogie avec l'électricité, la résistance thermique est le rapport d'une différence de température et d'un flux de chaleur cette expression est donnée par :

$$\boldsymbol{R} = \frac{(\boldsymbol{T_1} - \boldsymbol{T_2})}{\emptyset} = \frac{\boldsymbol{e}}{\boldsymbol{\lambda.S}}$$

2.3. Profil des températures à travers le mur plan :

Intégrons l'expression de la loi de Fourier entre la face 1 d'abscisse **x = 0** et une surface d'abscisse **x** à la température **T**, on obtient :

$$\emptyset.x = -\lambda.S.(T - T_1)$$

Soit $$\boldsymbol{T} = \boldsymbol{T_1} - \frac{\boldsymbol{\emptyset.x}}{\boldsymbol{\lambda.S}}$$

La température diminue donc linéairement avec x entre les 2 faces du mur. Le profil des températures est donc linéaire.

3. Conduction à travers plusieurs murs plans homogènes, en série

Soient plusieurs murs limités par des plans parallèles constitués par des matériaux de conductivités différentes en contact parfait, $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ les conductivités thermiques de chaque mur dont les épaisseurs sont respectivement e_1, e_2, e_3**.** On suppose qu'il n'y a pas de pertes latérales de chaleur et chaque mur est donc traversé par le même flux thermique $\emptyset$ (Fig.3).

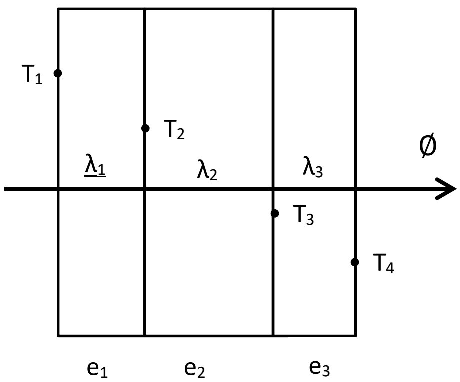

Fig.3 Conduction à travers plusieurs murs plans en série

3.1. Flux thermique de conduction à travers des murs en série

On peut écrire d'après le paragraphe précédent le flux traversant chaque mur, et en déduire les différences de température entre les faces de chaque mur:

- Pour le mur 1 : $\emptyset = \frac{\lambda_1 . S . (T_1 - T_2)}{e_1}$ d'où $(T_1 - T_2) = \frac{\emptyset . e_1}{S . \lambda_1}$
- Pour le mur 2 : $\emptyset = \frac{\lambda_2 . S . (T_2 - T_3)}{e_2}$ d'où $(T_2 - T_3) = \frac{\emptyset . e_2}{S . \lambda_2}$
- Pour le mur 3 : $\emptyset = \frac{\lambda_3 . S . (T_3 - T_4)}{e_3}$ d'où $(T_3 - T_4) = \frac{\emptyset . e_3}{S . \lambda_3}$

En additionnant membre à membre:

$$(T_1 - T_4) = \frac{\emptyset}{S}\left(\frac{e_1}{\lambda_1} + \frac{e_2}{\lambda_2} + \frac{e_3}{\lambda_3}\right)$$

D'où l'expression du flux thermique :

$$\emptyset = \left[\frac{1}{\frac{e_1}{\lambda_1 S} + \frac{e_2}{\lambda_2 S} + \frac{e_3}{\lambda_3 S}}\right](T_1 - T_4) = \left[\frac{1}{R_1 + R_2 + R_3}\right](T_1 - T_4)$$

Ainsi $$\emptyset = \left[\frac{\boldsymbol{(T_1 - T_4)}}{\boldsymbol{R}}\right]$$

Où $R_1 = \frac{e_1}{\lambda_1 S}$ Résistance du mur 1

$R_2 = \frac{e_2}{\lambda_2 S}$ Résistance du mur 2

$R_3 = \frac{e_3}{\lambda_3 S}$ Résistance du mur 3

$R = R_1 + R_2 + R_3$ Résistance équivalente

3.2. Résistance thermique équivalente à des murs en série :

Ces 3 résistances sont placées en série et leur somme constitue la résistance thermique équivalente des 3 murs en série, soit :

$$\boldsymbol{R = \frac{(T_1 - T_4)}{\emptyset}} \quad \text{avec} \quad \boldsymbol{R = R_1 + R_2 + R_3}$$

Comme en électricité, la résistance équivalente à des murs en série est la somme des résistances de chaque mur.

4. Conduction à travers plusieurs murs plans homogènes, en parallèle :

La différence de température $(T_1 - T_2)$ est la même pour chacun des éléments traversé respectivement par les flux thermiques $\emptyset_1, \emptyset_2, \emptyset_3$ (Fig.4)

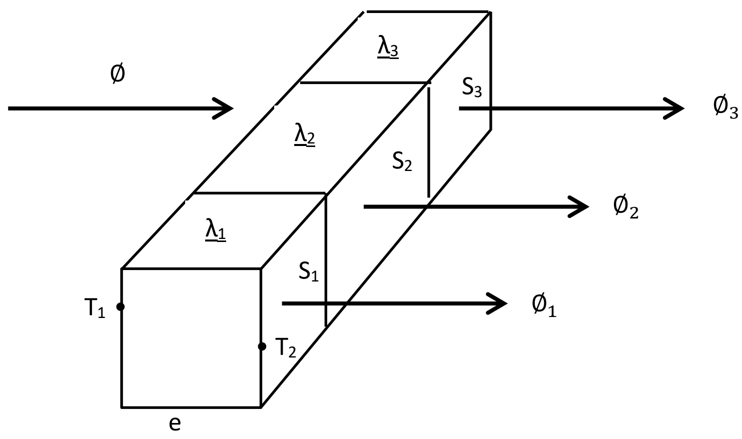

Fig. 4 Conduction à travers plusieurs murs plans en parallèle

4.1. Flux thermique de conduction à travers des murs en parallèle :

Si R_1, R_2, R_3 représentent les résistances thermiques de chacun des éléments, alors les flux traversant chaque mur sont donnés par:

$$\emptyset_1 = \frac{(T_1 - T_2)}{R_1} \quad \text{où} \quad R_1 = \frac{e}{\lambda_1 S_1}$$

$$\emptyset_2 = \frac{(T_1 - T_2)}{R_2} \quad \text{où} \quad R_2 = \frac{e}{\lambda_2 S_2}$$

$$\emptyset_3 = \frac{(T_1 - T_2)}{R_3} \quad \text{où} \quad R_3 = \frac{e}{\lambda_3 S_3}$$

Le flux thermique total à travers l'ensemble est:

$$\boldsymbol{\emptyset = \emptyset_1 + \emptyset_2 + \emptyset_3 = \left[\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right](T_1 - T_2)}$$

4.2. Résistance thermique équivalente à des murs en parallèle :

Les résistances thermiques R_1, R_2, R_3 de chacun des éléments sont en parallèle et R est la résistance équivalente.

Le flux total est donné par :

$$\emptyset = \emptyset_1 + \emptyset_2 + \emptyset_3 = \left[\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right](T_1 - T_2) = \frac{(T_1 - T_2)}{R}$$

Donc $\quad \boldsymbol{\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}$

Où $R_1 = \frac{e}{\lambda_1 S_1}$ $R_2 = \frac{e}{\lambda_2 S_2}$ $R_3 = \frac{e}{\lambda_3 S_3}$

Comme en électricité l'inverse de la résistance équivalente à des murs en parallèle est égal à la somme des inverses des résistances de chaque mur

Remarque : Si les différents éléments en parallèle n'ont pas la même épaisseur, Le raisonnement précédent s'applique à condition de pouvoir négliger les échanges thermiques par les faces latérales des bandes juxtaposées.

5. Conduction à travers la paroi d'un tube cylindrique circulaire

Soit un tube cylindrique où r_1 le rayon de la paroi interne, r_2 celui de la paroi externe, T_1 et T_2 les températures respectives des faces interne et externe et λ la conductivité thermique du matériau constituant le tube.

5.1. Flux thermique à travers un tube cylindrique

Si $T_1 > T_2$ le flux thermique qui traverse le tube est de l'intérieur vers l'extérieur pour une longueur **L** de tube. Par raison de symétrie, les lignes d'écoulement de la chaleur sont des droites dirigées selon des rayons. On dit que le transfert de chaleur est radial.

Soit un cylindre de rayon intermédiaire r avec $r_1 < r < r_2$ et d'épaisseur dr (Fig 5).

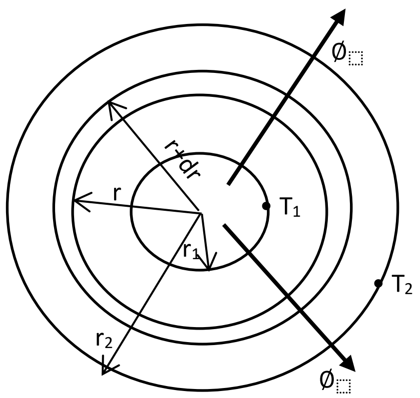

Fig. 5. Vue en coupe d'un tube cylindrique traversé par un flux de conduction

Le flux thermique à travers ce cylindre est donné par la loi de Fourier :

$$\emptyset = -\boldsymbol{\lambda . S . \frac{dT}{dr}}$$

Où S est l'aire de la surface latérale du cylindre de rayon r et de longueur L donné par :

$$S = 2\pi . r . L$$

d'où $$\emptyset = -\lambda . 2\pi . r . L . \frac{dT}{dr}$$

$$dT = -\frac{\emptyset}{\lambda . 2\pi . L} \frac{dr}{r}$$

$\emptyset$ étant constant à travers tout cylindre coaxial de rayon r compris entre r_1 et r_2, l'équation précédente peut donc s'intégrer de l'intérieur à l'extérieur du cylindre comme suit :

$$\int_{T_1}^{T_2} dT = -\frac{\emptyset}{\lambda.2\pi.L}\int_{r_1}^{r_2}\frac{dr}{r}$$

$$T_2 - T_1 = -\frac{\emptyset}{\lambda.2\pi.L}(ln\ r_2 - ln\ r_1) == -\frac{\emptyset}{\lambda.2\pi.L} ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)$$

On en déduit l'expression du flux thermique $\emptyset = \boldsymbol{\frac{\lambda.2\pi.L}{ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}(T_1 - T_2)}$

Transformons cette expression pour la rendre semblable à celle d'un mur plan : Pour cela, rappelons la définition de la moyenne logarithmique appliquée aux deux rayons r_1 et r_2

$$r_{ml} = \frac{r_2 - r_1}{ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} = \frac{e}{ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}$$

d'où : $ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right) = \frac{e}{r_{ml}}$ e étant l'épaisseur du tube.

Soit en remplaçant dans l'expression du flux

$$\emptyset = \frac{\lambda.2\pi.L}{ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}(T_1 - T_2) = \frac{\lambda.2\pi.L.r_{ml}}{e}(T_1 - T_2)$$

La surface latérale interne du tube est**:** $S_1 = 2\pi.r_1.L$

La surface latérale externe du tube est : $S_2 = 2\pi.r_2.L$

La moyenne logarithmique de ces 2 surfaces est

$$S_{ml} = \frac{S_2 - S_1}{ln\left(\frac{S_2}{S_1}\right)} = \frac{2\pi.L.(r_2 - r_1)}{ln\left(\frac{2\pi.L.r_2}{2\pi.L.r_1}\right)} = 2\pi.L.\frac{(r_2 - r_1)}{ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} = 2\pi.L.r_{ml}$$

D'où l'expression finale du flux à travers un tube :

$$\emptyset = \boldsymbol{\frac{\lambda.S_{ml}.(T_1 - T_2)}{e}}$$

Cette expression est semblable à celle obtenue pour le mur plan, la surface **S** est remplacée par la surface moyenne logarithmique. Très fréquemment, comme l'épaisseur du tube est faible, on peut remplacer la surface moyenne logarithmique par la surface moyenne arithmétique soit :

$$\mathbf{S_{ma} = (S_1 + S_2) / 2 = \pi .L. (r_1 + r_2)}$$

5.2. Résistance thermique d'un tube cylindrique

A partir de l'expression du flux, on déduit l'expression de la résistance thermique d'un tube

$$\mathbf{R} = \frac{(T_1 - T_2)}{\emptyset} = \frac{e}{\lambda . S_{ml}} = \frac{(r_2 - r_1)}{\lambda . 2\pi . L . \frac{(r_2 - r_1)}{ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}} = \frac{\boldsymbol{ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}}{\boldsymbol{\lambda . 2\pi . L}}$$

5.3. Profil radial des températures à travers le tube

Chaque cylindre concentrique constitue une surface isotherme. On peut donc parler de profil radial de température.

On intègre l'expression donnant dT en fonction de $\emptyset$ et r et dr entre la face interne du tube de rayon r_1 à la température T_1 et un cylindre de rayon r ($r_1 < r < r_2$) à la température T.

$$\int_{T_1}^{T} dT = -\frac{\emptyset}{\lambda . 2\pi . L} \int_{r_1}^{r} \frac{dr}{r}$$

D’où $$\boldsymbol{T = T_1 - \frac{\emptyset}{\lambda . 2\pi . L} . ln\left(\frac{r}{r_1}\right)}$$

Cette expression montre que le long d'un rayon, la température décroît de T_1 et T_2, selon une loi logarithmique. Le profil radial des températures n'est pas linéaire.

6. Conduction à travers deux tubes concentriques accolés

Considérons 2 tubes concentriques de longueur **L** en contact thermique parfait (Fig.6)
Le calcul qui suit s'applique pour déterminer l'effet d'un calorifugeage de tube ou pour prévoir l'augmentation de la résistance thermique quand un tube est encrassé ou entartré.

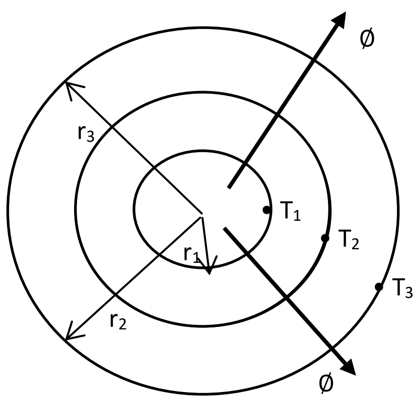

Fig. 6. Vue en coupe de deux tubes concentriques accolés traversés par un flux de conduction

6.1. Flux thermique à travers deux tubes cylindriques accolés

L'expression du flux thermique si $T_1 > T_3$ est donné par :

$$\emptyset = \frac{(T_1 - T_3)}{R_1 + R_2} = \frac{(T_1 - T_3)}{\frac{e_1}{\lambda_1 S_{1ml}} + \frac{e_2}{\lambda_2 S_{2ml}}}$$

6.2. Résistance thermique équivalente de deux tubes cylindriques accolés

- Le tube 1 constitue une première résistance thermique R_1 au transfert de chaleur.

$$R_1 = \frac{e_1}{\lambda_1 S_{1ml}}$$

e_1 étant l'épaisseur du tube 1 et S_{1ml} la surface moyenne logarithmique du tube 1.

- Le tube 2 constitue une seconde résistance thermique R_2 au transfert de chaleur :

$$R_2 = \frac{e_2}{\lambda_2 S_{2ml}}$$

e_2 étant l'épaisseur du tube 2 et S_{2ml} la surface moyenne logarithmique du tube 2.

Ces 2 résistances sont placées en série et la résistance équivalente est :

$$\mathbf{R} = \boldsymbol{R_1} + \boldsymbol{R_2} = \frac{\boldsymbol{e_1}}{\boldsymbol{\lambda_1 S_{1ml}}} + \frac{\boldsymbol{e_2}}{\boldsymbol{\lambda_2 S_{2ml}}}$$

Série de TD N° 01

Exercice 1 :

Calculer le flux traversant une vitre de 1 m^2 de surface et de 3,5 mm d'épaisseur. La température de la face interne de la vitre est égale à 10°C, celle de la face externe est égale à 5°C. En déduire la résistance thermique de la vitre.

La conductivité thermique du verre: $\lambda_v = 0{,}7\ W.m^{-1}.K^{-1}$.

Pour les mêmes températures de paroi, calculer le flux traversant un m^2 de mur de briques de 26 cm d'épaisseur. En déduire la résistance thermique.

La conductivité thermique des briques: $\lambda_b = 0{,}52\ W.m^{-1}.K^{-1}$.

Exercice 2 :

Etude des pertes par conduction à travers un double vitrage. Un double vitrage est constitué de deux plaques de verre séparées par une couche d'air sec immobile. L'épaisseur de chaque vitre est de 3,5 mm et celle de la couche d'air est de 12 mm. La conductivité thermique du verre est égale à $0{,}7\ W.m^{-1}.°C^{-1}$ est celle de l'air est de $0{,}024\ W.m^{-1}.°C^{-1}$ sur le domaine de température étudié. Pour une chute de température de 5°C entre les deux faces extrêmes du double vitrage, calculez les pertes thermiques pour une vitre de 1 m^2.
Comparez ces pertes thermiques à celles qui seraient obtenues avec une seule vitre d'épaisseur égale à 3,5 mm.

Exercice 3 :

Calculer le flux traversant la façade de 50 m^2 d'une maison. Le mur est constitué de briques de 26 cm d'épaisseur. La façade est percée de 4 vitres de 2 m^2 de surface et 3,5 mm d'épaisseur et d'une porte en bois de 2m^2 et de 42 mm d'épaisseur. On suppose que la température de la paroi interne est égale à 10°C pour tous les matériaux constituant la façade, de même, la température de la paroi externe est de 5°C.

La conductivité thermique du verre : $\lambda_v = 0{,}7\ Wm^{-1}.K^{-1}$
La conductivité thermique des briques : $\lambda_b = 0{,}52\ Wm^{-1}.K^{-1}$
La conductivité thermique du bois : $\lambda_{bois} = 0{,}21\ Wm^{-1}.K^{-1}$

Exercice 4 :

Soit un tube d'acier 20/27 dont la température de la paroi interne est θ_1= 119,75°C et celle de la paroi externe θ_2= 119,64°C. Conductivité thermique de l'acier : $l = 46\ W.m^{-1}.°C^{-1}$
Calculer : a) la résistance thermique du tube pour une longueur de 1 m.
b) le flux correspondant.

Exercice 5 :

L'intérieur du tube 20/27 étudié dans l'exercice 4 est entartré sur une épaisseur de 2 mm. On suppose que les températures intérieures et extérieures restent inchangées: la température de la paroi interne est θ_1= 119,75°C et celle de la paroi externe θ_2= 119,64°C .Calculer :

a) la résistance thermique de la couche de tartre (pour une longueur de 1 m).
b) la résistance équivalente du tube entartré.
c) le flux correspondant.

La conductivité thermique du tartre **:** $\lambda_c = 2{,}2\ W.m^{-1}.°C^{-1}$.