Univèrsité Mostefa Ben Boulaid- Batna 2
Faculté de Mathématiques et Informatique-
Département de Socle Commun Mathématiques et Informatique

Module : Analyse II
Semestre 2-FÉVRIER 2020

Serie de TD n^{0}1- Intégrales Indéfinies

Exercice 1 Montrer que :

1. $\int \sqrt[n]{x^m}dx = \frac{n}{m+n}x^{\frac{m+n}{n}} + C$,
2. $\int(\sqrt{x}+1)(x-\sqrt{x}+1)dx = \frac{2}{5}(\sqrt{x})^5 + x + C$,
3. $\int \frac{\sqrt{x}-x^3e^x+x^2}{x^3}dx = C - \frac{2}{3x\sqrt{x}} - e^x + \ln|x|$,
4. $\int \frac{1+\cos^2 x}{1+\cos 2x}dx = \frac{1}{2}\tan x + \frac{1}{2}x + C$,
5. $\int \tan^2 x dx = \tan x - x + C$.

En utilisant la table des intégrales, calculer : $\int \frac{(1+2x^2)}{x^2(1+x^2)}dx$, $\int \frac{dx}{\cos 2x+\sin^2 x}$ et $\int \frac{(1+x)^2}{x(1+x^2)}dx$.

Exercice 2 A l'aide d'un changement de variable, calculer :

1. $\int \frac{dx}{1+\sqrt{x+1}}$
2. $\int \frac{x^3}{\sqrt{x-1}}dx$
3. $\int \frac{4x+3}{(x-2)^3}dx$
4. $\int \frac{dx}{x\sqrt{x+1}}$
5. $\int \frac{x+1}{x\sqrt{x-2}}dx$

Exemples supplémentaires : $\int \frac{\sqrt{x}}{x(x+1)}dx$, $\int \frac{dx}{1+\sqrt[3]{x+1}}$, $\int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-\sqrt[3]{x}}dx$, $\int \frac{e^{2x}}{\sqrt{e^x+1}}dx$, $\int \frac{dx}{\sqrt{e^x+1}}$ et $\int \frac{\sqrt{1+\ln x}}{x\ln x}dx$, $\int \frac{\ln\tan x}{\sin x\cos x}dx$.

Exercice 3 En intégrant par parties, calculer :

1. $\int x^n \ln x dx$ $(n \neq -1)$
2. $\int \arccos x dx$
3. $\int arctg\sqrt{x}dx$
4. $\int x\cos^2 x dx$

Exemples supplémentaires $\int \frac{x\,\mathrm{arctg}\,x}{\sqrt{1+x^2}}dx$, $\int \frac{\arcsin\sqrt{x}}{\sqrt{1-x}}dx$, $\int \ln\left(x^2+1\right)dx$, $\int \frac{x^2dx}{(1+x^2)^2}$, $\int \frac{x^3}{\sqrt{1+x^2}}dx$ et $\int x^2e^{-x}dx$.

Exercice 4 A l'aide de la méthode de décomposition des fonctions rationnelles en éléments simples, calculer les intégrales suivantes :

1. $\int \frac{xdx}{(x+1)(2x+1)}$
2. $\int \frac{xdx}{2x^2-3x-2}$
3. $\int \frac{2x^2+41x-91}{(x-1)(x+3)(x-4)}dx$
4. $\int \frac{dx}{6x^3-7x^2-3x}$
5. $\int \frac{x^5+x^4-8}{x^3-4x}dx$

Exemples supplémentaire $\int \frac{x^3-1}{4x^3-x}dx$, $\int \frac{32xdx}{(2x-1)(4x^2-16x+15)}$, $\int \frac{xdx}{x^4-3x^2+2}$ et $\int \frac{\left(2x^2-5\right)dx}{x^4-5x^2+6}$.

Exercice 5 Calculer les intégrales de fonctions irrationnelles suivantes :

1. $\int \frac{dx}{1+\sqrt{x}}$
2. $\int \frac{1-\sqrt{x+1}}{1+\sqrt[3]{x+1}}dx$
3. $\int \frac{dx}{x(1+2\sqrt{x}+\sqrt[3]{x})}$
4. $\int \frac{dx}{(1+\sqrt[4]{x})^3\sqrt{x}}$

Exemples supplémentaires $\int \frac{x\sqrt[3]{2+x}}{x+\sqrt[3]{2+x}}dx$, $\int \frac{\sqrt{x+1}-\sqrt{x-1}}{\sqrt{x+1}+\sqrt{x-1}}dx$, $\int \frac{dx}{x(\sqrt{x}+\sqrt[5]{x^2})}$ et $\int \frac{dx}{\sqrt{x}+\sqrt[3]{x}+2\sqrt[4]{x}}$

Exercice 6 Calculer les intégrales suivantes en indiquant la méthode utilisée :

1. $\int(x+1)\sqrt{x^2+2x}dx$
2. $\int x\sin x\cos x dx$
3. $\int \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}dx$
4. $\int \frac{\ln\cos x}{\cos^2 x}dx$
5. $\int \frac{2x^3+4x^2+x+2}{(x-1)^2(x^2+x+1)}dx$
6. $\int \frac{2x^5-3x^2}{1+3x^3-x^6}dx$

Correction 1 Rappeler d'abord le tableau des primitives usuelles.

1. Utiliser la définition d'une primitive, i.e $(\frac{n}{m+n}x^{\frac{m+n}{n}}+C)'=x^{\frac{m}{n}}=\sqrt[n]{x^m}$.
2. $(\frac{2}{5}(\sqrt{x})^5+x+C)'=x\sqrt{x}+1=(\sqrt{x}+1)(x-\sqrt{x}+1)$
3. $(C-\frac{2}{3x\sqrt{x}}-e^x+\ln|x|)'=\frac{\sqrt{x}-x^3e^x+x^2}{x^3}$
4. $(\frac{1}{2}\tan x+\frac{1}{2}x+C)'=\frac{1+\cos^2 x}{1+\cos 2x}$
5. $(\tan x-x+C)'=\dfrac{1}{\cos^2 x}-1=\tan^2 x$
6. $-\frac{1}{x}+\operatorname{arctg} x+C$;
7. $\operatorname{tg} x+C$
8. $\ln|x|+2\operatorname{arctg} x+C$

Correction 2 1.

Correction 3

Correction 4

Correction 5

Correction 6