Révision ce qu'on a fait la dernière séance

- un arbre binaire : est un arbre où chaque noeud admet au plus 2 fils.

- un arbre binaire de recherche : est un arbre binaire avec la condition que :

les valeurs des noeuds de la sous arbre gauche < la valeur de sa racine < les valeurs des noeuds de la sous arbre droit

- un arbre binaire dégénéré : est un arbre binaire où chaque noeud admet → au plus 1 fils.

Remarque

* dans un arbre binaire dégénéré, il n'y a pas de notion fils gauche et droit

c'est à dire : la condition ne doit pas être vérifiée dans l'arbre binaire dégénéré

exemple : soit l'ensemble {3, 5, 8, 12}

on a 24 permutations possibles.

c'est à dire : on a 24 arbres binaires dégénérés

arbre binaire dégénéré ⟺ liste chaînée

* une séquence dans un arbre binaire de recherche n'est qu'une trace, qui doit vérifier la condition des arbres binaires de recherche

* la taille d'un arbre = le nombre de ses noeuds

= 7

TD N°4

Exo1

Remarque :

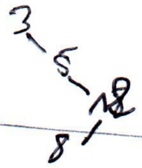
sur un ensemble de 4 éléments il y a 24 permutations différentes.

MAIS, sur lesquelles, on ne peut construire que 14 arbres binaires de recherche.

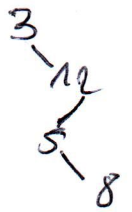
explication :

(3, 5, 8, 12) →

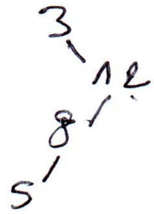
(3, 5, 12, 8) →



(3, 12, 5, 8) →



(3, 12, 8, 5) →

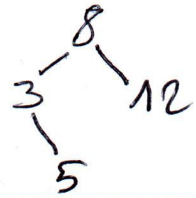


(3, 8, 5, 12)

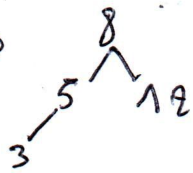
(3, 8, 12, 5)

elles donnent la même arbre binaire de recherche →

(8, 3, 12, 5), (8, 3, 5, 12) et (8, 12, 3, 5) →

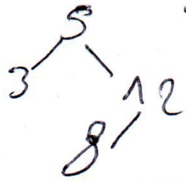


(8, 5, 3, 12), (8, 5, 12, 3) et (8, 12, 5, 3) →



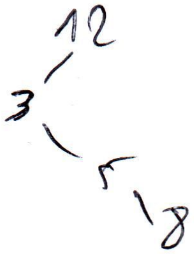
(5, 3, 8, 12), (5, 8, 3, 12) et (5, 8, 12, 3) →

(5, 3, 12, 8), (5, 12, 3, 8) et (5, 12, 8, 3) →

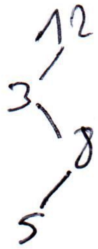


(12, 5, 3, 8) et (12, 5, 8, 3) →

$(12, 3, 5, 8) \longrightarrow$

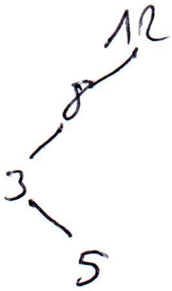


$(12, 3, 8, 5) \longrightarrow$



$(12, 8, 5, 3) \longrightarrow$

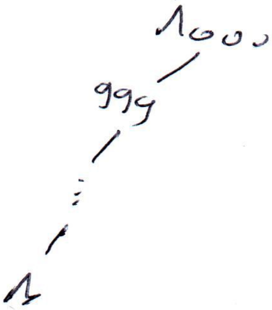
$(12, 8, 3, 5) \longrightarrow$



Exo2 sur l'ensemble $\{1, 2, 3, \dots 1000\}$

un exemple d'un arbre complètement déséquilibré (càd, un arbre de hauteur maximale possible)

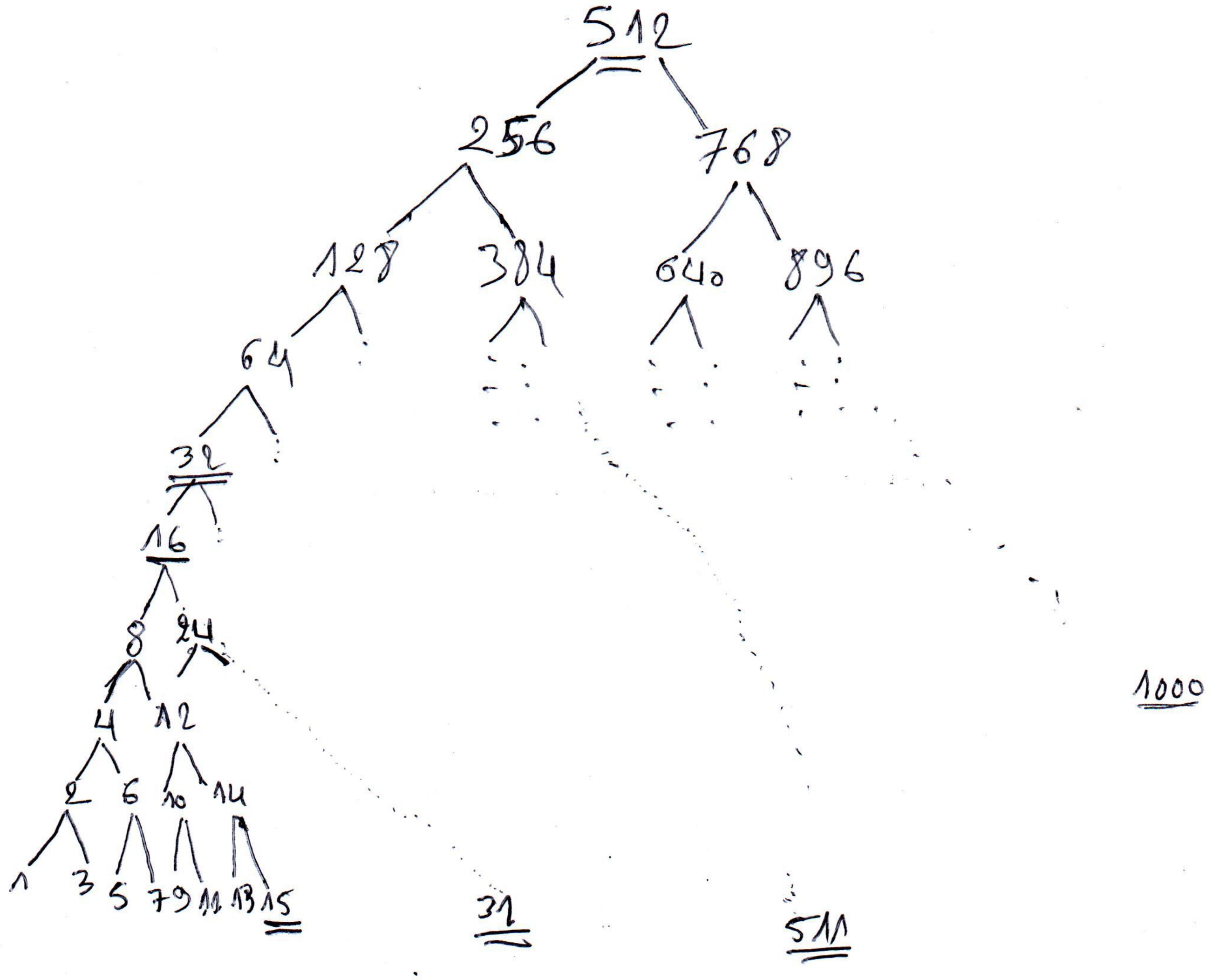
ABR_1



ou bien ABR_2

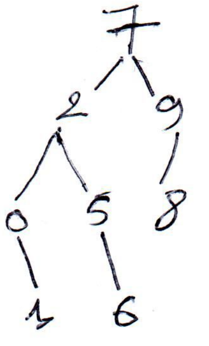
un exemple d'un arbre équilibré binaire de recherche (càd: le moins haut possible)

- cet arbre est obtenu en insérant à chaque fois le milieu de l'ensemble résultant comme racine
- pour faciliter la tâche, on prend la valeur $512 = 2^9$ comme la racine de l'ensemble du départ $\{1, 2, \dots, 1000\}$ puis on recherche la racine de l'ensemble $\{1, 2, \dots, 512\}$ et aussi celle de l'ensemble $\{512, \dots, 1000\}$ et ainsi de suite ...

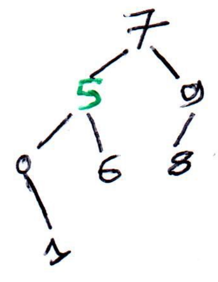


EX03

insérer successivement les entiers 7, 2, 9, 0, 5, 6, 8 et 1 dans ABR initialement vide.

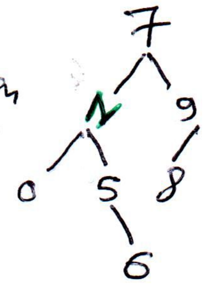


maintenant pour supprimer 2, il faut le remplacer soit par le noeud le plus petit de son sous arbre droite ou soit par le noeud le plus grand de son sous arbre gauche.



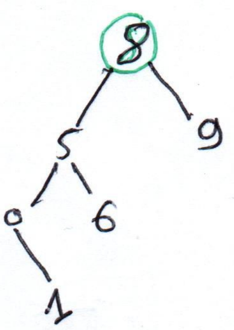
II

ou bien

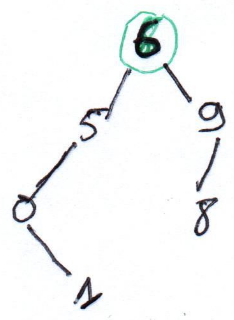


I

Si on supprime aussi 7 du dernier arbre II, on obtient soit :



ou bien



Exo4

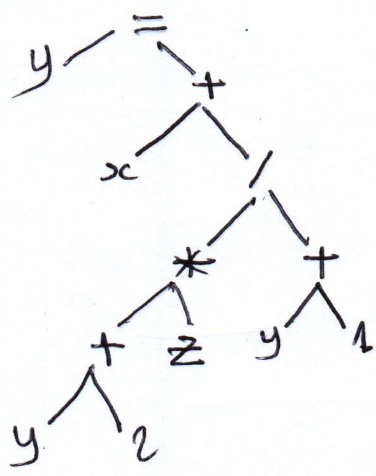
quelle est la séquence erronée pendant la recherche de la valeur 363 dans un arbre binaire de recherche ?

on trouve la séquence "c" et "e".

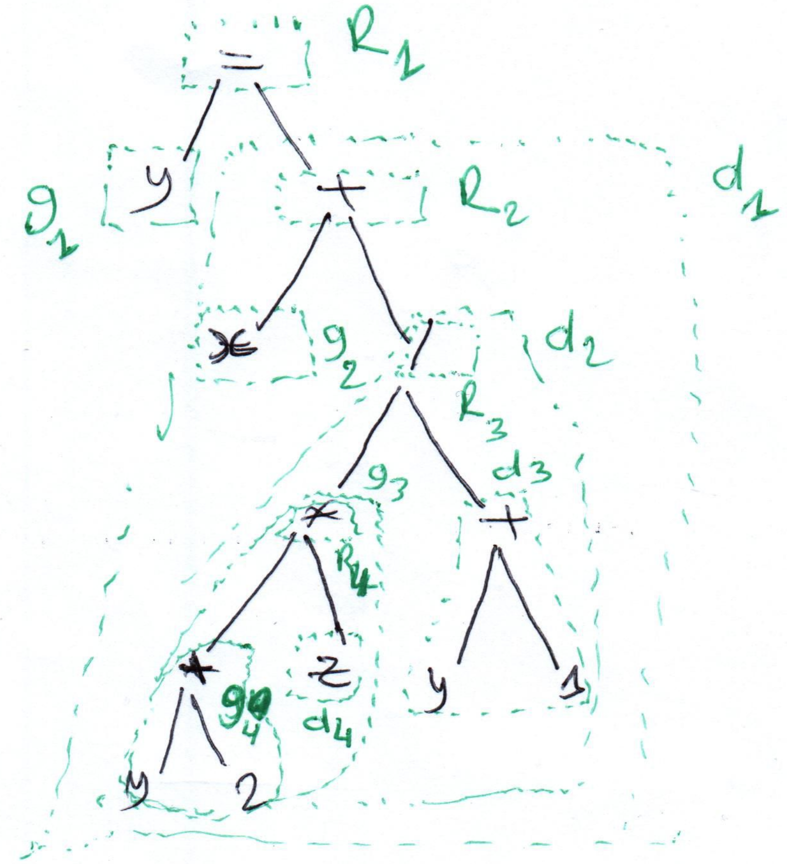
Exo5

Q1// la représentation de l'expression arithmétique sous forme d'un arbre binaire

$$y = x + (y+2) * z / (y+1)$$

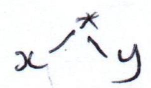


Q2//



Représentation préfixée (toujours : Racine pg pd)

exemple



donc préfixe : * x y

$R_1 \; g_1 \; d_1$

$= y \; R_2 \; g_2 \; d_2$

$= y + x \; R_3 \; g_3 \; d_3$

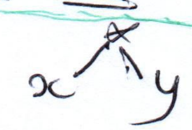
$= y + x \; / \; R_4 \; g_4 \; d_4 \; d_3$

$= y + x \; / \; * + y \, 2 \, z + y \, 1$

$\boxed{= y + x \,/ * + y \, 2 \, z + y \, 1}$

Représentation infixée (toujours : pg Racine pd)

exemple :



donc infixé : x * y

$g_1 \; R_1 \; d_1$

$y = g_2 R_2 d_2$

$y = x + g_3 R_3 d_3$

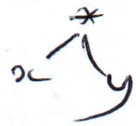
$y = x + g_4 R_4 d_4 / y+1$

$y = x + y+2*z/y+1$

$\boxed{y = x+y+2*z/y+1}$

Représentation postfixée (toujours : Pg Pd Racine)

exemple :



Don postfixé : $x\,y\,*$

$g_1 \; d_1 \; R_1$

$y \; g_2 d_2 R_2 =$

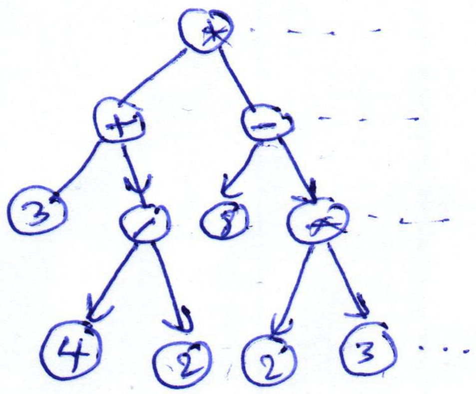
$y \; x \; g_3 d_3 R_3 + =$

$y \; x \; g_4 d_4 R_4 \; y 1 + / + =$

$y x y 2 + z * y 1 + / + =$

$\boxed{y x y 2 + z * y 1 + / + =}$

Exo 6



→ la hauteur de cet arbre est 3

définitions

* un arbre est strictement binaire si chaque noeud a 0 ou 2 fils.
* un arbre binaire est dégénéré si chaque noeud a au plus un fils (il peut être vu comme une liste chaînée)
* un arbre binaire complet est un arbre où toutes les feuilles sont au même niveau. (arbre bien rempli)

exemple

→ Cet arbre est donc strictement binaire.

→ Préfixe: * + 3 / 4 2 - 8 * 2 3

→ infixé : 3 + 4 / 2 * 8 - 2 * 3

→ postfixé : 3 4 2 / + 8 2 3 * - *