Année universitaire : 2015/2016
Université de Batna
Département d'informatique
2ème année licence académique
Module : Théorie des langages

TD N° 01 : Les mots et les langages

Exercice 01 :

1) Soit $X = \{a, b\}$ un alphabet. Quels sont les mots $w \in X^*$ pour lesquels $w^2 = w^3$?
2) Quels sont les deux langages dont la fermeture étoile donne le langage uniquement composé du mot vide ?

Exercice 02 :

Sur l'alphabet $X = \{0, 1\}$, on considère les langages L_1 et L_2 définis par

$L_1 = \{01^n / n \in N\}$

$L_2 = \{0^n1 / n \in N\}$

Définir les langages $L_1.L_2$, $L_1 \cap L_2$ et L_1^2

Exercice 03 :

Soit un langage $L \subseteq X^*$, démontrer les égalités suivantes :

$L^*L \cup \{\varepsilon\} = L^* = LL^* \cup \{\varepsilon\}$

$(L^*)^* = L^*$

$L^*L^* = L^*$

Exercice 04 :

Soit la grammaire $G = (\{a, b, c\}, \{S, A\}, P, S)$ où P contient les règles suivantes :

$S \rightarrow aS \mid bA$

$A \rightarrow cA \mid \varepsilon$

1) Déterminer si les mots $w_1 = abac$, $w_2 = aabccc$, $w_3 = cabbac$ et $w_4 = ab$ sont dans L(G).
2) Trouver le langage généré par G (qu'on note L(G)).
3) Trouver le langage engendré par chacune des grammaires suivantes :

$G_1=(\{S,A,B\},\{a,b\},P_1, S)$ $P_1= \{ S \rightarrow aS/aA$ $A \rightarrow aA/bB$ $B \rightarrow b \}$	$G_2=(\{S,A\},\{a,b\},P_2, S)$ $P_2= \{ S \rightarrow aA$ $A \rightarrow Aa \}$	$G_3=(\{S\},\{a,b\},P_3, S)$ $P_3= \{ S \rightarrow aA / \varepsilon$ $A \rightarrow Aa \}$
$G_4=(\{S,E\},\{a\},P_4, S)$ $P_4= \{ S \rightarrow a/aE$ $E \rightarrow aS\}$	$G_5=(\{S\},\{a,b\},P_5,S)$ $P_5= \{ S \rightarrow aS/bS/\varepsilon\}$ $G_6=(\{S\},\{a,b\},P_6,S)$ $P_6= \{ S\rightarrow aSa/bSb/\varepsilon\}$	$G_7=(\{S\},\{0,1\},P_7, S)$ $P_7= \{ S \rightarrow 0S1/0S/0\}$ $G_8=(\{S\},\{0,1\},P_8, S)$ $P_8= \{ S \rightarrow 0S1/S1/1\}$

Concernant les langages des grammaires G_7 et G_8, renomme les exposants de 0 et 1 respectivement par i et j.

4) **Trouver L(G), tel que $L(G) = L(G_7) \cup L(G_8)$**

Exercice 05 :

Démontrer par récurrence que la grammaire suivante G génère le langage $L=\{a^n b^n c^n / n\geq 1\}$

$G= (\{S,A,B,C\},\{a,b,c\},P, S)$

$P= \{ S \rightarrow aSBC/abC$

$CB \rightarrow BC$

$bB \rightarrow bb$

$bC \rightarrow bc$

$cC \rightarrow cc \}$

Bonne suite