TD N :02

Exercice N :01

Déterminer les tensions des câbles dans la **figure 1**.

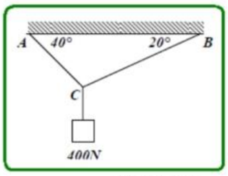


Figure 1

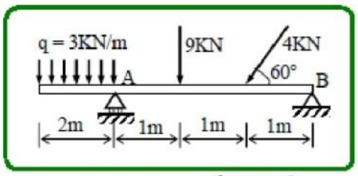


Figure 2

Exercice N :02

Déterminer les réactions des appuis de la poutre représentée dans la **figure 2**.
Le poids propre de la poutre est supposé négligeable.

Exercice N :03

La **figue 3** représente une bille homogène O de poids 12 KN reposant sur deux plans inclinés polis AB et BC perpendiculaires entre eux. Sachant que le plan BC fait un angle de 60° avec l'horizontal, déterminer les réactions des deux plans.

Exercice N :04

Considérons une échelle double constituée de deux échelles simples en aluminium de 20 kg chacune (**figure4**). Les deux échelles sont liées par un axe parfait sans frottement en O et attachées en I et J par une corde de poids négligeable. Supposons que le sol sur laquelle elle est parfaitement lisse.

Un homme muni d'un seau a son centre de masse G sur l'échelle à une hauteur de 4m, l'ensemble pesant 80kg.

Pour simplifier nos relations, on ne prendra pas en compte les forces s'exerçant en O
-Déterminer les deux réactions aux points A et B.

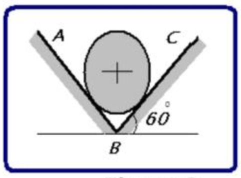


Figure 3

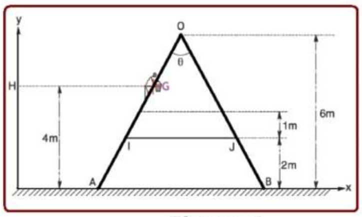
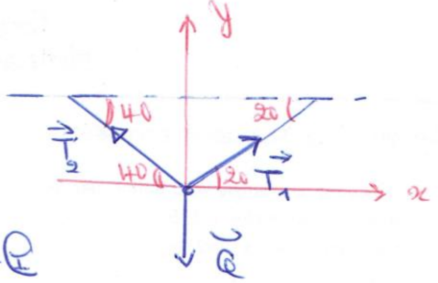


Figure 4

Correction de TD N:02
Statique Plane

Ex I



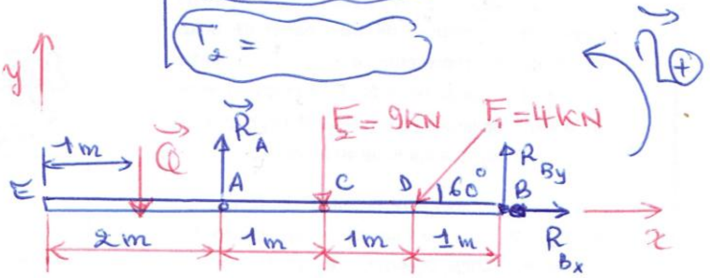
- $Q = 400\,N$

$\sum \vec{F} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{T_1} + \vec{T_2} + \vec{Q} = \vec{0}$ — (I)

$$\begin{cases} \text{Sur } Ox : & +T_1 \cos 20 - T_2 \cos 40^\circ = 0 \quad \text{— (1)} \\ \text{Sur } Oy : & T_1 \sin 20 + T_2 \sin 40^\circ = 0 \quad \text{— (2)} \end{cases}$$

de (1) et (2) on trouve : $\begin{cases} \boxed{T_1 = \quad} \\ \boxed{T_2 = \quad} \end{cases}$

Ex II



On a :

- $\sum \vec{F} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{Q} + \vec{R_A} + \vec{F_2} + \vec{F_1} + \vec{R_B} = \vec{0}$ — (I)

$$\begin{cases} \text{sur } Ox : & -F_1 \cos 60^\circ + R_{Bx} = 0 \quad \text{— (1)} \\ \text{sur } Oy : & -Q + R_A - F_2 - F_1 \sin 60^\circ + R_{By} = 0 \quad \text{— (2)} \end{cases}$$

- $\sum \vec{\mathcal{M}}_B(\vec{F}) = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{\mathcal{M}}(\vec{Q}) + \vec{\mathcal{M}}(\vec{R_A}) + \vec{\mathcal{M}}(\vec{F_2}) + \vec{\mathcal{M}}(\vec{F_1}) + \underbrace{\cancel{\vec{\mathcal{M}}_B(\vec{R_B})}}_{\vec{0}} = \vec{0}$ — (II)

avec :
- $\mathcal{M}(\vec{Q}) = Q \cdot 4$ ... (a) et $Q = q \cdot L = 3\,KN.m \cdot 2 = 6\,KN$
- $\mathcal{M}(\vec{R_A}) = -R_A \cdot 3$ ... (b)
- $\mathcal{M}(F_2) = 2 F_2$ ... (c)
- $\mathcal{M}(F_1) = F_1 \sin 60^\circ \cdot 1$ ... (d)

(a), (b) et (c) ds (II) donne :

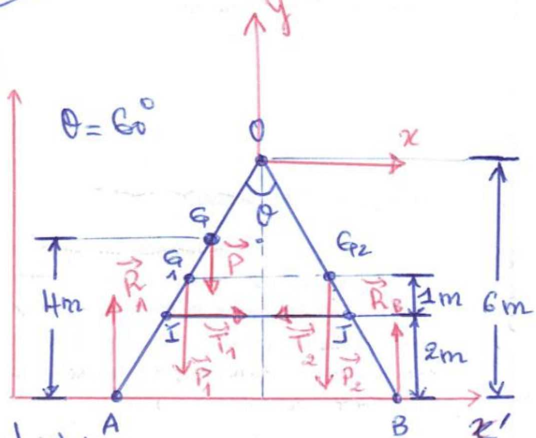
- Sur Oz : $4Q - 3R_A + 2F_2 + F_1 \sin 60° = 0$ ... (3)

(3) → $R_A =$ ... (3)'

(3)' ds (2) → $R_{By} =$ ... (2)'

(1) → $R_{Bx} =$

Ex III



Mc : - Reaction R_A et R_B

* $\sum \vec{F} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{R}_A + \vec{R}_B + \vec{P}_1 + \vec{P}_2 + \vec{T}_1 + \vec{T}_2 = \vec{0}$ — (I)

avec :

$\vec{P}\begin{pmatrix}0\\-P\end{pmatrix}$, $\vec{R}_A\begin{pmatrix}0\\R_A\end{pmatrix}$, $\vec{R}_B\begin{pmatrix}0\\R_B\end{pmatrix}$, $\vec{P}_1\begin{pmatrix}0\\-P_1\end{pmatrix}$, $\vec{P}_2\begin{pmatrix}0\\-P_2\end{pmatrix}$ $P_1 = P_2 = 20\,kg \cdot 10\,m/s^2 = 200\,N$

$\vec{T}_1\begin{pmatrix}+T_1\\0\end{pmatrix}$, $\vec{T}_2\begin{pmatrix}-T_2\\0\end{pmatrix}$

donc :

- Ox : $T_1 - T_2 = 0$ ... (1)
- Oy : $-P + R_A + R_B - P_1 - P_2 = 0$ ... (2)

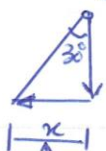
* $\sum \vec{M}_O(\vec{F}) = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{M}_O(\vec{P}) + \vec{M}_O(\vec{R}_A) + \vec{M}_O(\vec{R}_B) + \vec{M}_O(\vec{P}) + \vec{M}_O(\vec{P}_1) + \vec{M}_O(\vec{P}_2) + \vec{M}_O(\vec{T}_1) + \vec{M}_O(\vec{T}_2) = \vec{0}$ ... (II)

avec :

• $\vec{\mathcal{M}}_0(\vec{P}) = \vec{OG} \wedge \vec{P} = \begin{vmatrix} \vec{i} & -\vec{j} & \vec{k} \\ -2/\sqrt{3} & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -P \end{vmatrix} =$ ... (a)

$\vec{OG} = -\frac{2}{\sqrt{3}}\vec{i} - 2\vec{j}$

O



$(6-4) = 2$

$\tan 30° = \frac{x}{2}$

$\rightarrow x = 2\tan 30° = \frac{2}{\sqrt{3}}$

la composante sur y et ds le sens inverse

m̂ remarque pour x

donc : $\vec{OG}\begin{pmatrix} -\frac{2}{\sqrt{3}} \\ -2 \end{pmatrix}$

Rque : m̂ méthode pour tout les autres vecteurs

• $\vec{\mathcal{M}}_0(\vec{R}_A) = \vec{OA} \wedge \vec{R}_A$

$= \begin{vmatrix} \vec{i} & -\vec{j} & \vec{k} \\ -\frac{6}{\sqrt{3}} & -6 & 0 \\ 0 & R_A & 0 \end{vmatrix} =$ ... (b)

• $\vec{\mathcal{M}}_0(\vec{R}_B) = \vec{OB} \wedge \vec{R}_B = \begin{vmatrix} \vec{i} & -\vec{j} & \vec{k} \\ \frac{6}{\sqrt{3}} & -6 & 0 \\ 0 & R_B & 0 \end{vmatrix}$

$=$ ... (c)

• $\vec{\mathcal{M}}_0(\vec{P}_1) = \vec{OG}_1 \wedge \vec{P}_1 = \begin{vmatrix} \vec{i} & -\vec{j} & \vec{k} \\ -\frac{3}{\sqrt{3}} & -3 & 0 \\ 0 & -P_1 & 0 \end{vmatrix} =$ ... (d)

• $\vec{\mathcal{M}}_0(\vec{P}_2) = \vec{OG}_2 \wedge \vec{P}_2 = \begin{vmatrix} \vec{i} & -\vec{j} & \vec{k} \\ \frac{3}{\sqrt{3}} & -3 & 0 \\ 0 & -P_2 & 0 \end{vmatrix} =$ (e)

• $\vec{\mathcal{M}}_0(\vec{T}_1) = \vec{OI} \wedge \vec{T}_1 = \begin{vmatrix} \vec{i} & -\vec{j} & \vec{k} \\ -4/\sqrt{3} & -4 & 0 \\ T_1 & 0 & 0 \end{vmatrix} =$ (f)

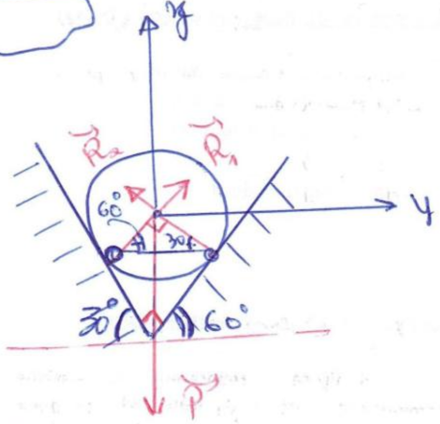
• $\vec{\mathcal{M}}_0(\vec{T}_2) = \vec{OJ} \wedge \vec{T}_2 = \begin{vmatrix} \vec{i} & -\vec{j} & \vec{k} \\ 4/\sqrt{3} & -4 & 0 \\ T_2 & 0 & 0 \end{vmatrix} =$ (g) (a), (b'), (c), (f'), (e), (f) et (g') ds (I') donne :

$$\frac{2}{\sqrt{3}}P - \frac{6}{\sqrt{3}}R_A + \frac{6}{\sqrt{3}}R_B - \frac{3}{\sqrt{3}}P_2 + \frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{3}}T_1 - \frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{3}}T_2 = 0 \quad \ldots (3)$$

De (3) et (2), on obtient : $-2P + 3P_2 - 6R_A - 6R_B = 0 \quad \ldots (4)$

$\left\{\begin{array}{l}(2)\\(4)\end{array}\right. \rightarrow$ donne $\left\{\begin{array}{l}\boxed{R_A =}\\ \boxed{R_B =}\end{array}\right.$

Ex IV



- $P = 12\,KN$

(*) $\sum \vec{F} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{R_1} + \vec{R_2} + \vec{P} = \vec{0}$

- Sur Ox : $+R_1 \cos 60^\circ - R_2 \cos 30^\circ = 0$

  $\rightarrow R_1 = R_2 \frac{\cos 30^\circ}{\cos 60^\circ}$ (1)

- Sur Oy : $-P + R_1 \sin 60^\circ + R_2 \sin 30^\circ = 0$ — (2)

de (1) et (2), on trouve $\left\{\begin{array}{l}\boxed{R_2 = \cancel{R_2} =}\\ \boxed{R_1 =}\end{array}\right.$