

Applications linéaires, matrices, déterminants

Exercice N°1 :

Soit $u: R^3 \rightarrow R^2$ définie pour tout $x = (x_1, x_2, x_3) \in R^3$ par :

$$u(x) = (x_1 + x_2 + x_3, 2x_1 + x_2 - x_3)$$

1/Montrer que u est linéaire.

2/Déterminer $\ker(u)$.

Exercice N°2 :

Soit $f: R^3 \rightarrow R^2$ définie pour tout vecteur $u = (x, y, z) \in R^3$ par :

$$f(u) = (-2x + y + z, x - 2y + z)$$

1/Montrer que f est une application linéaire.

2/Donner une base de $\ker(f)$ en déduire $\dim(\text{Im}(f))$.

3/Donner une base de $\text{Im}(f)$.

Exercice N°3 :

Soit la matrice A définie par :

$$A = \begin{bmatrix} 13 & -8 & -12 \\ 12 & -7 & -12 \\ 6 & -4 & -5 \end{bmatrix}$$

1/Montrer que A est inversible et calculer son inverse A^{-1} .

2/En déduire A^n , pour tout n entier.

Exercice N°4 :

$$\text{Soit } A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

1/Calculer A^2 et A^3 . Calculer $A^3 - A^2 + A - I$.

2/Exprimer A^{-1} en fonction de A^2, A et I .

3/ Exprimer A^{-1} en fonction de A^2, A et I .