On déduit que

$$< \Delta \left(\frac{1}{2\pi} \ln |x|\right), \varphi > = \frac{1}{2\pi} \lim_{\varepsilon \to 0} \int_{B^c(0,\varepsilon)} \ln(|x|) \Delta \varphi(x) \, dx$$

$$= 0.$$

Pour démontrer que $u(x) = E_2 * f(x)$ une solution de l'equation $\Delta u(x) = f(x)$, on applique le le Laplacien a $u(x) = E_2 * f(x) \; / \; E_2(x) = \frac{1}{2\pi} \ln(|x|)$ pour avoir

$$\Delta u(x) = \Delta E_2 * f(x) \; / \; \Delta E_2 \equiv \delta_0 \text{ dans } \mathcal{D}'(\mathbb{R}^2)$$

$$= \delta_0 * f(x)$$

Le produit de convolution entre distributions régulières est donnée par :

$$< T * S, \psi > = < T, < S, \tau_x \psi >> \quad \forall \psi \in \mathcal{D}(\mathbb{R}2)$$

Dans notre cas, on a

$$< \Delta u, \psi > = < \delta_0 * f, \psi > = < \delta_0, < f, \tau_x \psi >>$$

$$= < f, \tau_0 \psi > = < f, \psi > \quad \forall \psi \in \mathcal{D}(\mathbb{R}^2)$$

D'où

$$\Delta u \equiv f \text{ dans } \mathcal{D}'(\mathbb{R}^2)$$