

Université de Batna -2-  
Faculté de Mathématiques et d'Informatique  
Département de Mathématiques

Géométrie des courbes et surfaces  
Mr. Zerguine Mohamed  
2019-2020

FEUILLE D'EXERCICES (I)  
2<sup>ÈME</sup> ANNÉE LMD

**Exercice 1.** Déterminer le domaine de définition, l'intervalle d'étude et représenter graphiquement ces symétries des courbes paramétrées de composantes :

(1.i)  $x : t \mapsto x(t) = \sin(2t) \cos^2 t, \quad y : t \mapsto y(t) = \cos(2t) \sin^2 t.$

(1.ii)  $x : t \mapsto x(t) = \cos^2 t, \quad y : t \mapsto y(t) = \sin^2 t$

(1.iii)  $x : t \mapsto x(t) = \cos^3 t, \quad y : t \mapsto y(t) = \sin^3 t.$

(1.iv)  $x : t \mapsto x(t) = t^2 + 1, \quad y : t \mapsto y(t) = t^2 + t + 1.$

(1.v)  $x : t \mapsto x(t) = \frac{t}{1+t^4}, \quad y : t \mapsto y(t) = \frac{t^3}{1+t^4}.$

(vi)  $x : t \mapsto x(t) = t \ln t, \quad y : t \mapsto y(t) = \frac{\ln t}{t}.$

**Exercice 2.** Trouver une équation cartésienne de la forme  $F(x, y) = 0$ , où est  $F$  est une fonction à déterminer des courbes paramétrées de composantes

(2.i)  $x : t \mapsto x(t) = t^2, \quad y(t) = -t^2.$

(2.ii)  $x : t \mapsto x(t) = t^2, \quad y(t) = t^3.$

(2.iii)  $x : t \mapsto x(t) = \frac{t}{1+t^4}, \quad y(t) = \frac{t^3}{1+t^4}.$

(2.iv)  $x : t \mapsto x(t) = \frac{t}{1+t^3}, \quad y(t) = \frac{t^2}{1+t^3}.$

**Exercice 3.**

(3.1) Considérons la courbe d'équation

$$y = \sqrt{-x^2 - 3x + 4}.$$

(3.1.i) Donner une paramétrisation  $(x(t), y(t))$  de la courbe précédente.

(3.1.ii) Précisant le domaine de variation du paramètre  $t$ .

(3.2) Montrer que le support de la courbe paramétrée par

$$\begin{cases} x(t) = \cos t + 3 \\ y(t) = \sin t \end{cases} \quad \text{si } t \in \mathbb{R}.$$

ne peut pas être décrit par une équation de la forme  $y = f(x)$ .

(3.3) On considère la courbe paramétrée

$$\begin{cases} x(t) = \cos^2 t - 2 \\ y(t) = \sin^4 t + 4 \sin^2 t + 4 \end{cases} \quad \text{si } t \in \mathbb{R}.$$

(3.3.i) Montrer que le support la courbe paramétrée précédente est le graphe d'une fonction  $f$  que l'on précisera.

(3.3.ii) Déterminer son domaine de définition.

**Exercice 4.** On considère la courbe paramétrée  $\gamma$  de composantes :

$$\begin{cases} x(t) = (t-1)^2 \\ y(t) = (t+1)^2 \end{cases} \quad \text{si } t \in \mathbb{R}.$$

(3.i) Déterminer les points réguliers de la courbe  $\gamma$ .

(3.ii) Montrer que  $\gamma$  admet une tangente aux points de paramètres  $t = -1, t = 0$  et  $t = 1$ .

(3.iii) Déterminer leurs équations cartésiennes.

(3.3) Est ce que la courbe  $\gamma$  admet des points multiples ?