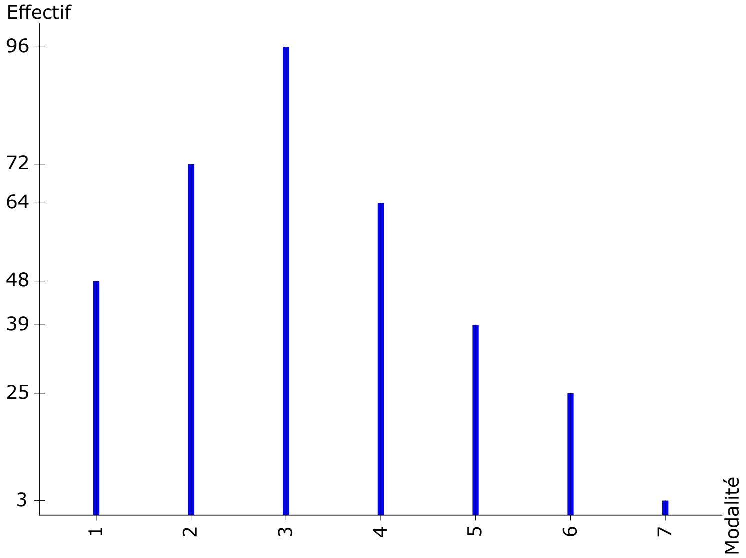
Corrigé de l'exercice 1

1)- Le diagramme adéquat est un diagramme en bâtons.

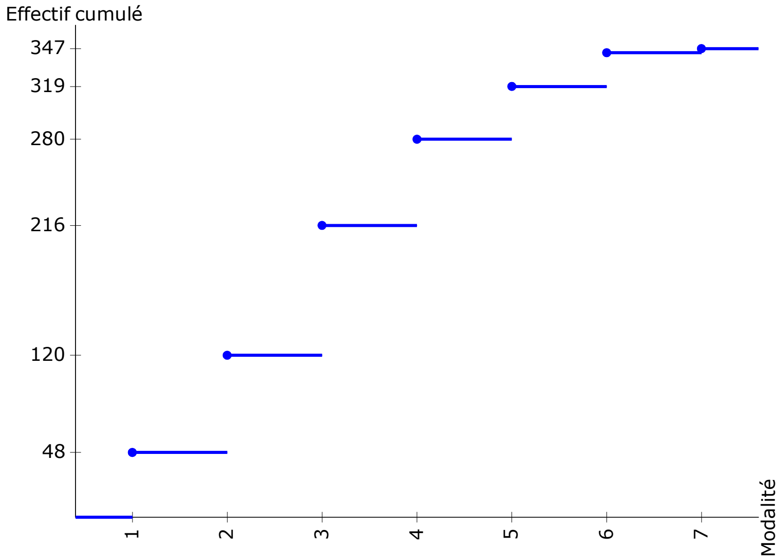
Modalité	Effectif	ECC
1	48	48
2	72	120
3	96	216
4	64	280
5	39	319
6	25	344
7	3	347
Total	347	

Représentations graphiques

Voici le diagramme en bâtons des effectifs relatif au tableau statistique ci-dessus :



2)-La figure suivante montre **la courbe des effectifs cumulés croissants** relative au tableau statistique précédent. C’est **un graphique en escalier** vu que le nombre de pièces est une variable discrèt



3)-

- **Le mode Mo d’une série est la valeur de la variable qui correspond au plus grand effectif**

$$M_o = 3$$

- **La moyenne arithmétique peut calculer comme suit**

$$\overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} n_i X_i = \frac{(48 \times 1) + (72 \times 2) + (96 \times 3) + (64 \times 4) + (39 \times 5) + (25 \times 6) + (3 \times 7)}{347} \approx 3.18$$

- **L’étendue, notée e, d’une série statistique est la différence entre la plus grande et la plus petite des valeurs observées**

$$e = X_{max} - X_{min} = 7 - 1 = 6$$

- **La variance vaut :**

$$V = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} n_i (X_i - \bar{X})^2$$

$$= \frac{[48 \times (1-3.18)^2] + [72 \times (2-3.18)^2] + [96 \times (3-3.18)^2] + [64 \times (4-3.18)^2] + [39 \times (5-3.18)^2] + [25 \times (6-3.18)^2] + [3 \times (7-3.18)^2]}{347}$$

$$V=2.15$$

- **L'écart-type est égal à la racine carrée de la variance :**

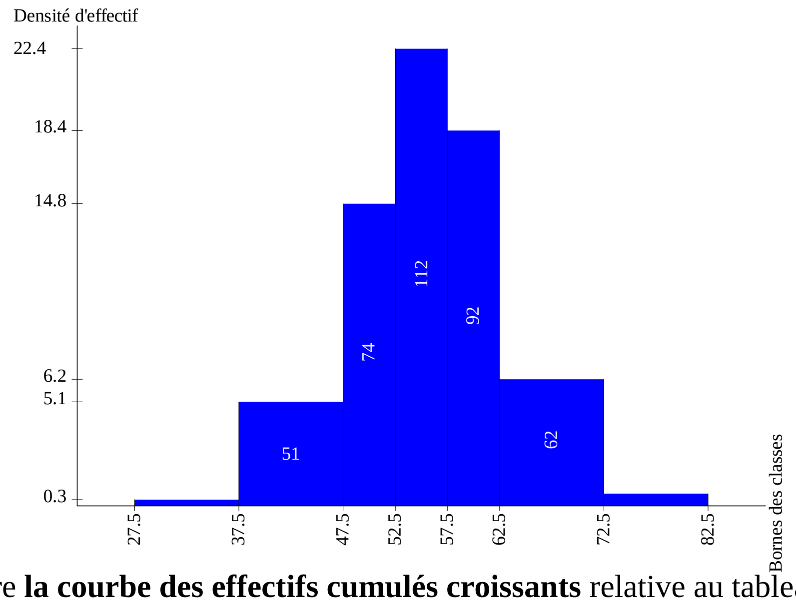
$$\sigma = \sqrt{V} \approx 1.47$$

Corrigé de l'exercice 2

1)- Le diagramme adéquat est un histogramme. Mais avant de le tracer, il faut élaborer le tableau statistique nécessaire :

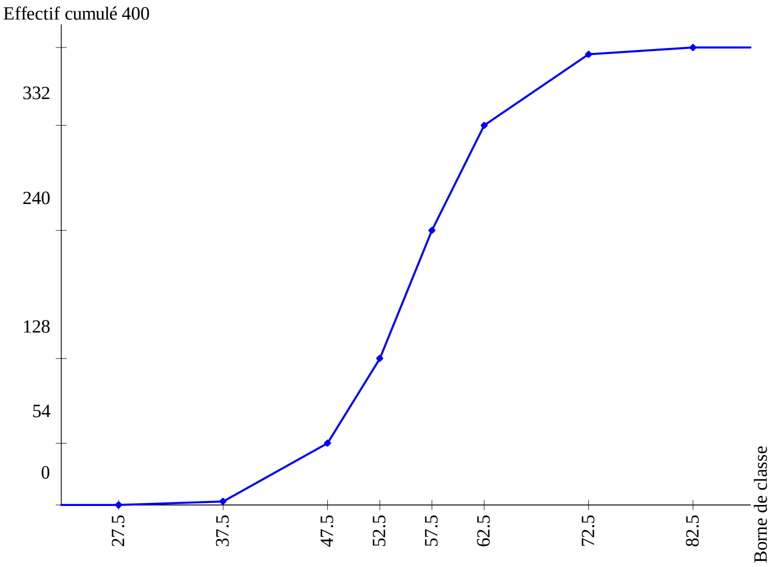
Classe	Effectif	Amplitude de la classe a_i	Densité d'effectif de la classe $d_i = n_i / a_i$
[27.5; 37.5[	3	10	0.3
[37.5; 47.5[	51	10	5.1
[47.5; 52.5[	74	5	14.8
[52.5; 57.5[	112	5	22.4
[57.5; 62.5[	92	5	18.4
[62.5; 72.5[	62	10	6.2
[72.5; 82.5[	6	10	0.6
Total	400		

Puisque les classes **n'ont pas la même amplitude**, il est nécessaire de calculer la **densité d'effectif,** d'où **l'histogramme des densités d'effectifs** ci-dessous :



2)- La figure suivante montre **la courbe des effectifs cumulés croissants** relative au tableau statistique suivant :

Borne de classe	Effectif cumulé
27.5	0
37.5	3
47.5	54
52.5	128
57.5	240
62.5	332
72.5	394
82.5	400



3)-

- **Les classes sont d'amplitudes inégales. Dans ce cas, la classe modale est la classe correspondant à la densité d'effectif (ou de fréquence) la plus élevée.**

  la Classe modale est { [52.5; 57.5[}

- **Les données sont groupées par classes, on prend pour valeur de x_i les centres de classes c_i ($C_i = \frac{X_{sup}+X_{inf}}{2}$). Ainsi, la moyenne arithmétique pondérée $\overline{X}$ s'écrit :**

$$\overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} n_i C_i = \frac{(3\times 32.5)+(51\times 42.5)+(74\times 50)+(112\times 55)+(92\times 60)+(62\times 67.5)+(6\times 77.5)}{400} \approx 55.74$$

- **L'étendue, notée e, d'une série statistique est la différence entre la plus grande et la plus petite des valeurs observées**

$$e = X_{max} - X_{min} = 82.5 - 27.5 = 55$$

- **La variance vaut :**

$$V = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} n_i(c_i - \bar{X})^2$$

$$= \frac{[3\times(32.5-55.74)^2]+[51\times(42.5-55.74)^2]+[74\times(50-55.74)^2]+[112\times(55-55.74)^2]+[92\times(60-55.74)^2]+[62\times(67.5-55.74)^2]+[6\times(77.5-55.74)^2]}{400}$$

V=65.36

- **L'écart-type est égal à la racine carrée de la variance :**

$$\boldsymbol{\sigma = \sqrt{V} \approx 8.08}$$

Corrigé de l'exercice 3

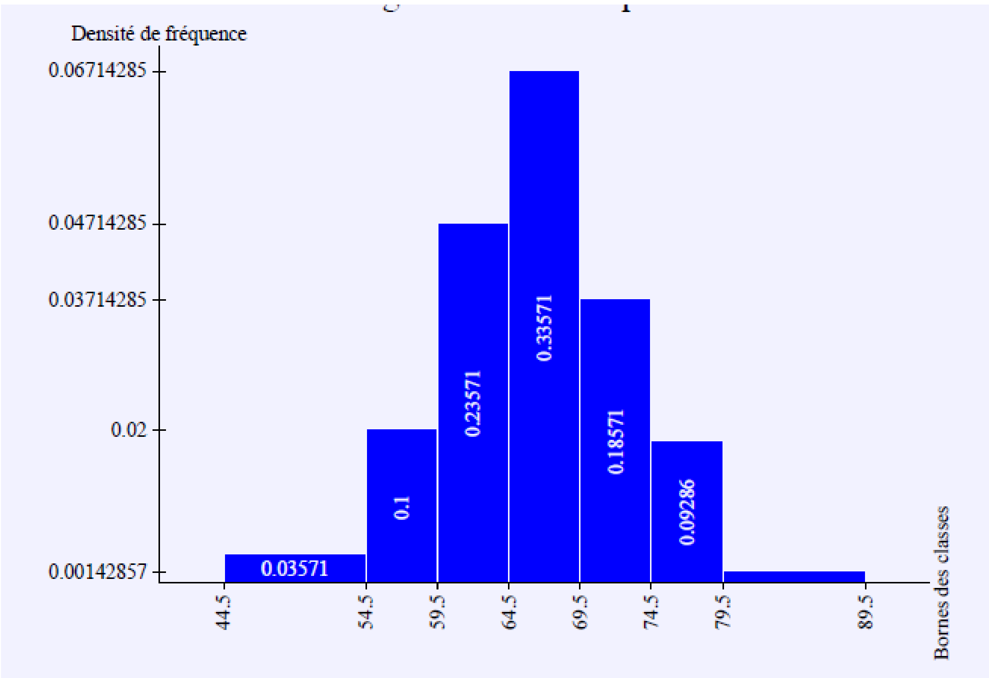
1)- La variable étant continue et les données regroupées en classes, le diagramme le mieux adapté est un histogramme. Puisque nous devons travailler avec les fréquences, il convient d’élaborer le tableau statistique suivant :

Classe	Effectif	Amplitude de la classe a_i	Fréquence f_i	Densité de fréquence $d_i = f_i / a_i$
[44.5; 54.5[	5	10	0.03571	0.00357142
[54.5; 59.5[	14	5	0.1	0.02
[59.5; 64.5[	33	5	0.23571	0.04714285
[64.5; 69.5[	47	5	0.33571	0.06714285
[69.5; 74.5[	26	5	0.18571	0.03714285
[74.5; 79.5[	13	5	0.09286	0.01857142
[79.5; 89.5[	2	10	0.01429	0.00142857
Total	140	10	0.03571	0.00357142

Puisque les classes **n’ont pas la même amplitude**, il est nécessaire de calculer la **densité de fréquence**

$d_i = f_i / a_i$.

D’où **l’histogramme des densités d’effectifs** ci-dessous :



2)-Le caractère étudié est une variable continue, par conséquent la courbe des fréquences cumulées croissantes est appelée polygone des fréquences cumulées croissantes.

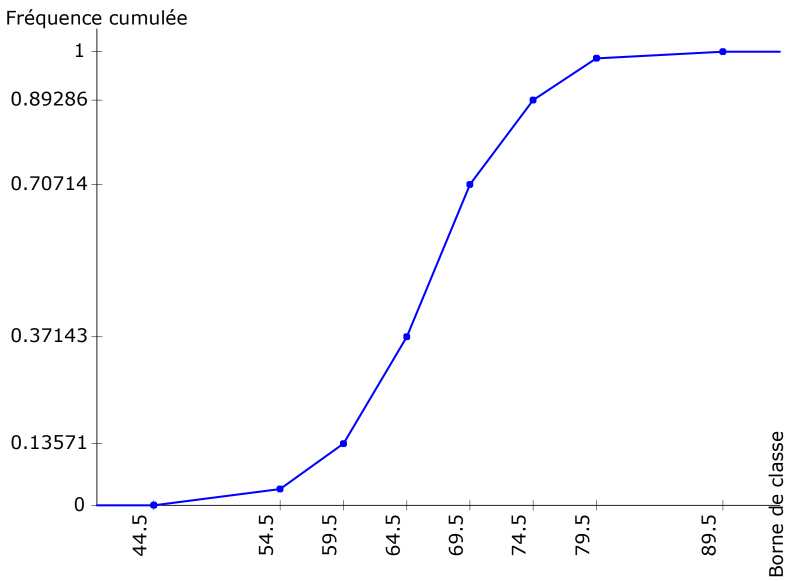
Pour rappel, le polygone des fréquences cumulées croissantes se construit en joignant, par des segments de droite, les points ayant pour abscisses les bornes supérieures des classes et pour ordonnées les fréquences cumulées croissantes associées. On ajoute à ces points celui d’ordonnée nulle et d’abscisse égale à la borne inférieure de la première classe.

Complétons le tableau précédent en calculant les fréquences cumulées croissantes.

Borne de classe	Fréquence cumulée
44.5	0
54.5	0.03571
59.5	0.13571
64.5	0.37143
69.5	0.70714
74.5	0.89286
79.5	0.98571
89.5	1

Le tableau ci-dessus nous donne directement les coordonnées des points nécessaires à la construction du polygone des fréquences cumulées croissantes.

Voici le polygone des fréquences cumulées croissantes associé au tableau ci-dessus :



3)-

- **Les classes sont d'amplitudes inégales. Dans ce cas, la classe modale est la classe correspondant à la densité d'effectif (ou de fréquence) la plus élevée.**

  la Classe modale est { [64.5; 69.5[}

- **Les données sont groupées par classes, on prend pour valeur de x_i les centres de classes c_i ($C_i = \frac{X_{sup}+X_{inf}}{2}$). Ainsi, la moyenne arithmétique pondérée $\overline{X}$ s'écrit :**

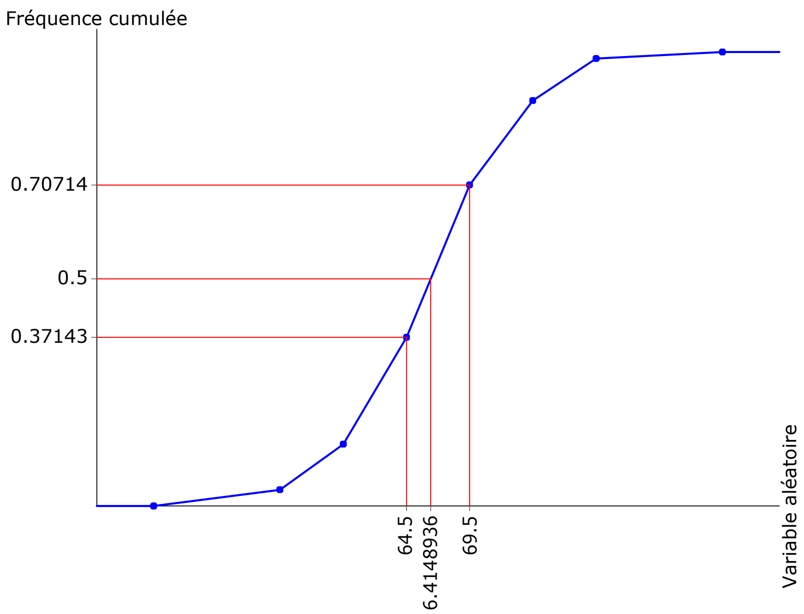
$$\overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} n_i C_i = \frac{(5\times 49.5)+(14\times 57)+(33\times 62)+(47\times 67)+(26\times 72)+(13\times 77)+(2\times 84.5)}{140} \approx 66.3$$

- **Pour calculer la médiane, repérage dans le tableau des fréquences cumulées:**

Borne de classe	Fréquence cumulée
64.5	0.37143
Médiane	0.5
69.5	0.70714

Médiane = 64.5 + (69.5 - 64.5)/(0.70714 - 0.37143)*(0.5 - 0.37143)

Médiane = 66.4148936



- **L'étendue, notée e, d'une série statistique est la différence entre la plus grande et la plus petite des valeurs observées**

$$e = X_{max} - X_{min} = 89.5 - 44.5 = 45$$

- **La variance vaut :**

$$V = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} n_i(c_i - \bar{X})^2$$

$$= \frac{[5 \times (49.5 - 66.3)^2] + [14 \times (57 - 66.3)^2] + [33 \times (62 - 66.3)^2] + [47 \times (67 - 66.3)^2] + [26 \times (72 - 66.3)^2] + [13 \times (77 - 66.3)^2] + [2 \times (84.5 - 66.3)^2]}{140}$$

V=44.65

- **L'écart-type est égal à la racine carrée de la variance :**

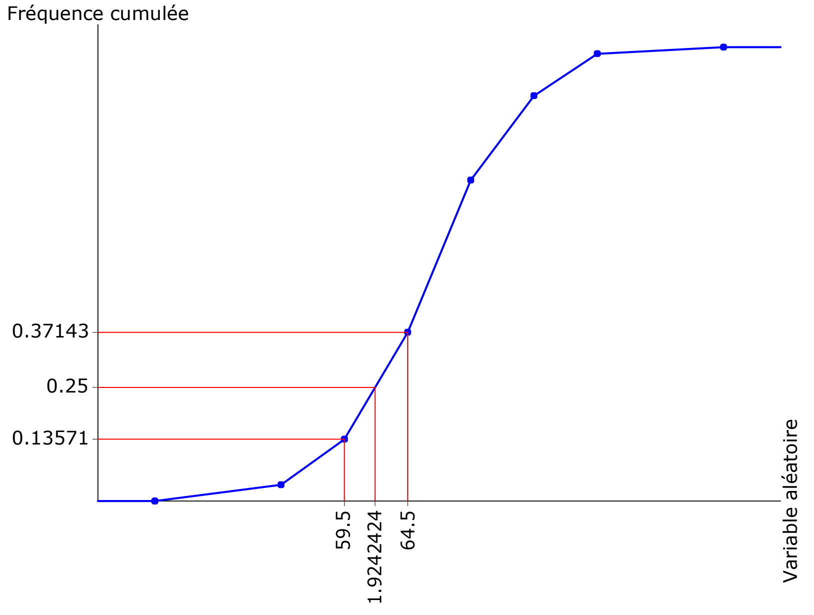
$$\boldsymbol{\sigma = \sqrt{V} \approx 6.68}$$

- **Pour calculer le premier quartile, repérage dans le tableau des fréquences cumulées:**

Borne de classe	Fréquence cumulée
59.5	0.13571
Premier quartile	0.25
64.5	0.37143

Premier quartile = 59.5 + (64.5 - 59.5)/(0.37143 - 0.13571)*(0.25 - 0.13571)

Premier quartile = 61.9242424

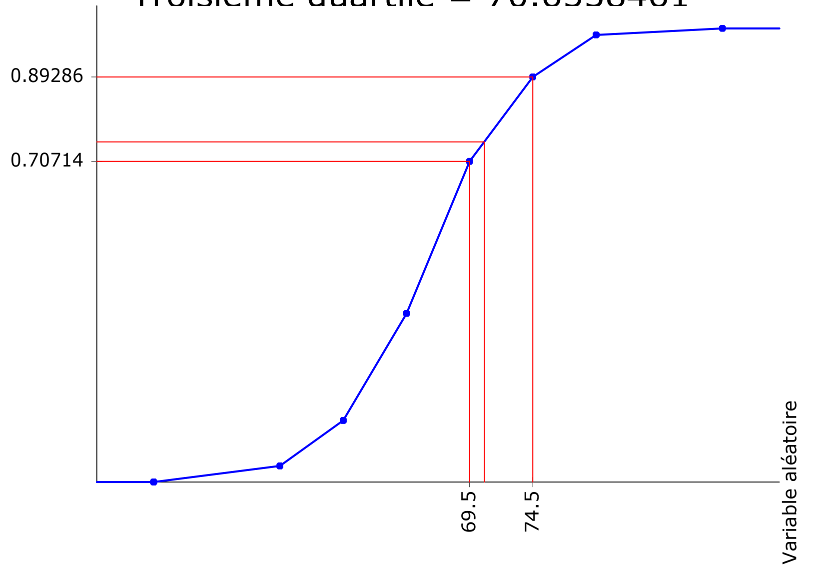


- **Pour calculer le troisième quartile, repérage dans le tableau des fréquences cumulées:**

Borne de classe	Fréquence cumulée
69.5	0.70714
Troisième quartile	0.75
74.5	0.89286

Troisième quartile = 69.5 + (74.5 - 69.5)/(0.89286 - 0.70714)*(0.75 - 0.70714)

Troisième quartile = 70.6538461



- Écart interquartile:

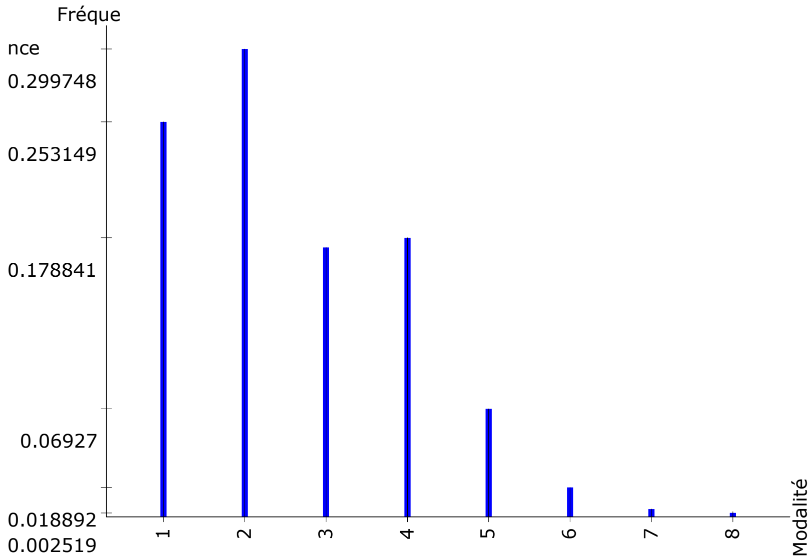
Écart interquartile=Q_3-Q_1= 8.72960372

Corrigé de l'exercice 4

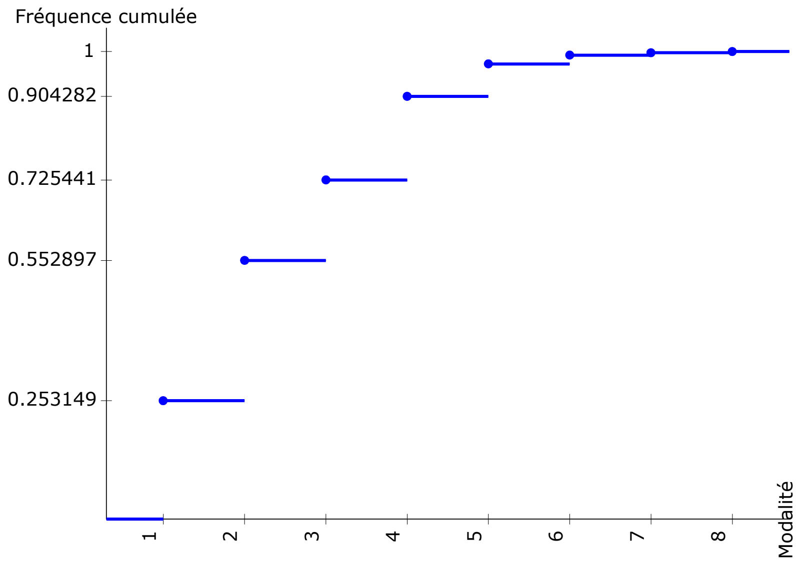
1)- Le diagramme adéquat est un diagramme en bâtons. Puisque nous devons travailler avec les fréquences, il convient d'élaborer le tableau statistique suivant :

Modalité	Effectif	Fréquence	Fréquence cumulée
1	201	0.253149	0.253149
2	238	0.299748	0.552897
3	137	0.172544	0.725441
4	142	0.178841	0.904282
5	55	0.06927	0.973552
6	15	0.018892	0.992443
7	4	0.005038	0.997481
8	2	0.002519	1
Total	794		

Voici le diagramme en bâtons des fréquences relatives au tableau statistique ci-dessus :



2)-La figure suivante montre **la courbe des effectifs cumulés croissants** relative au tableau statistique précédent.



- **Le mode Mo d'une série est la valeur de la variable qui correspond au plus grand effectif**

$$M_o = 2$$

- **La moyenne arithmétique peut calculer comme suit**

$$\overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} n_i X_i = \frac{(201 \times 1) + (238 \times 2) + (137 \times 3) + (142 \times 4) + (55 \times 5) + (15 \times 6) + (4 \times 7) + (2 \times 8)}{794} \approx 2.6$$

- **L'étendue, notée e, d'une série statistique est la différence entre la plus grande et la plus petite des valeurs observées**

$$e = X_{max} - X_{min} = 8 - 1 = 7$$

- **La variance vaut :**

$$V = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} n_i (X_i - \bar{X})^2$$

$$= \frac{[201 \times (1-2.6)^2] + [238 \times (2-2.6)^2] + [137 \times (3-2.6)^2] + [142 \times (4-2.6)^2] + [55 \times (5-2.6)^2] + [15 \times (6-2.6)^2] + [4 \times (7-2.6)^2] + [2 \times (8-2.6)^2]}{794}$$

$$V=1.92$$

- **L'écart-type est égal à la racine carrée de la variance :**

$$\boldsymbol{\sigma = \sqrt{V} \approx 1.39}$$